

Hybride Verfahren zur Berechnung der tonalen Schallerzeugung von Turbomaschinen

vorgelegt von

Dipl.-Ing.

Christian Weckmüller

aus Luckenwalde

von der Fakultät V - Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Ingenieurwissenschaften

- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Jörn Sesterhenn

Berichter: Prof. Dr. rer. nat. Lars Enhardt

Prof. Dr.-Ing. Martin Ochmann

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 16.04.2013

Berlin 2013

D 83

Überblick

Die effiziente Berechnung der Schallemission moderner Flugzeugtriebwerke unter realistischen Betriebsbedingungen ist erst durch die Kopplung verschiedener numerischer Verfahren möglich. Die physikalisch/mathematisch korrekte, algorithmisch effiziente und für den Anwender bequeme Umsetzung der Kopplung der verschiedenen Berechnungsmethoden ist letztendlich maßgebend für deren Einsatz im industriellen Auslegungsprozess eines Flugtriebwerks.

In dieser Arbeit werden unterschiedliche Ansätze zur Kopplung der verschiedenen Berechnungsverfahren dargestellt, gegen experimentelle Ergebnisse validiert und es werden Empfehlungen zu deren Anwendung gegeben. Gegenstand des anwendungsorientierten Teils der Untersuchung sind zwei skalierte Turbofantestaufbauten und ein generischer offener gegenläufiger Rotor. Die konkrete Kopplungsstrategie orientiert sich an den strömungsmechanischen Eigenheiten der verschiedenen Anwendungsfälle. In dieser Arbeit werden drei Ansätze zur Kopplung untersucht:

- Die direkte Interpolation der Schwankungsgrößen aus dem CFD- in das CAA-Gebiet für die zuströmseitige Schallausbreitung beim Turbofan.
- Die Rekonstruktion der akustischen Schwankungen im CAA-Gebiet anhand der Ergebnisse der CFD-Simulation unter Verwendung eines analytischen Modells für die abströmseitige Schallausbreitung beim Turbofan.
- Die Projektion der Schwankungsgrößen aus dem CFD-Gebiet zu beliebigen Beobachterpositionen durch Anwendung eines FW-H-Ansatzes für den Fall eines offenen gegenläufigen Rotors.

Es wird gezeigt, dass bei Berücksichtigung der Eigenheiten der verschiedenen Verfahren und dementsprechend sorgfältiger Auslegung der Rechengitter die absoluten Schallpegel mit einer Genauigkeit von 1 - 2 dB wiedergegeben werden können. Die benötigten Ressourcen, in erster Linie Bearbeitungszeit und Rechenzeit auf einem Computercluster, sind gegenüber dem Ressourcenverbrauch eines experimentellen Vorgehens erheblich reduziert.

Die vorgestellten Ansätze zur Kopplung der verschiedenen numerischen Verfahren wurden in dem Programmpaket CONNECT3D umgesetzt. Dieses ist in der Programmiersprache C++ implementiert, wobei ein stark modularer Ansatz verfolgt wird. Auf diese Weise ist es möglich die Ansprüche an Robustheit, Wartbarkeit und Erweiterbarkeit, welche eine praxisnahe Anwendung mit sich bringt, langfristig zu erfüllen.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich die Gelegenheit nutzen und mich bei all jenen Menschen bedanken die mich auf die eine oder andere Art bei der Anfertigung dieser Arbeit unterstützt haben.

Die Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Abteilung Triebwerksakustik im Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt. Zunächst möchte ich mich bei meinem Betreuer und Leiter der Arbeitsgruppe „Numerik und Prognose“ Dr.-Ing. Sébastien Guérin bedanken Während der gesamten Bearbeitungszeit hat er mir stets Vertrauen entgegengebracht und mir viel Gestaltungsfreiraum beim Aufbau unserer Arbeitsgruppe gelassen. Selbst bei den anstrengenderen wissenschaftlichen Gesprächen hatte ich immer das Gefühl auf Augenhöhe zu diskutieren.

Weiterhin möchte ich mich bei unserem Abteilungsleiter Prof. Dr. rer. nat. Lars Enghardt für die detaillierte Durchsicht und die umfangreichen Diskussionen zum Inhalt der Arbeit bedanken. Ich danke auch Prof. Dr.-Ing. Martin Ochmann für die gründliche Begutachtung und die wertvollen Verbesserungsvorschläge zum Inhalt der Arbeit und Prof. Dr.-Ing. Jörn Sesterhenn für die Übernahme des Vorsitzes der Prüfungskommission.

Meiner Arbeitsgruppe im Ganzen gebührt mein Dank, ihr habt mich auch in meiner eremitischen Phase unterstützt, getragen und ermutigt.

Durch die Anfertigung von Studien- und Diplomarbeiten wurde ich inhaltlich in besonderem Maße durch Attila Wohlbrandt (ehm. Fritzsche), Jens Wellner und Pavel Buran unterstützt. Mit Attila Wohlbrandt habe ich die Idee der Erweiterung der Modenanalyse um aerodynamischen Komponenten entwickeln, implementieren und validieren können. Jens Wellner hat mich durch seinen unermüdlichen Einsatz bei der Herleitung und Implementierung der konvektiven FW-H-Formulierung und analytischer Schallquellen zu deren Validierung unterstützt. Pavel Buran verdanke ich die Klärung der Feinheiten der (m, ω) -Transformation und die initiale Implementierung des Algorithmus.

Meinen Kölner Kollegen Dr.-Ing. Rainer Schnell und Dr.-Ing. Graham Ashcroft danke ich für ihre umfangreiche Unterstützung bei der Anwendung des CFD-Verfahrens TRACE auf verschiedenste Fragestellungen der Triebwerksakustik. Insbesondere für die hilfreichen Hinweise zur Funktionsweise und Anwendung des „Phase-shift“-Verfahrens.

Die Vorzüge und Möglichkeiten der parametrischen Gittergenerierung wurden mir von Anton Weber nahe gebracht. Ihm danke ich für die geduldige Einarbeitung in die Verwendung „seines“ Gittergenerators zur Erzeugung der verschiedenen Rechengitter. Diese sind für die Berechnung der Ergebnisse welche in dieser Arbeit vorgestellt werden elementar.

Bei meinem Zimmerkollegen Dipl.-Ing. Antoine Moreau möchte ich mich für die vielfältigen Diskussionen zur Strömungsphysik der Turbomaschine und deren Schallerzeugungsmechanismen bedanken. Meinen Flurnachbarn von der Technischen Uni-

versität, Dipl.-Ing. Björn Greschner, Dr.-Ing. Lukasz Panek und Dr.-Ing. Christoph Richter danke ich für den fruchtbaren Gedankenaustausch zu den Möglichkeiten und Grenzen der numerischen Verfahren die verschiedenen physikalischen Mechanismen der Strömungsdynamik abzubilden.

Nicht zuletzt bedanke ich mich bei Balbir Kaur und Brig Pilger die mir bei sämtlichen administrativen Vorgängen und durch manch ermutigendes Gespräch hilfreich zur Seite standen und bei Angela Pätzold und Nico Seifert die mir halfen unsere modernen IT-Systeme in einen kooperationsbereiten Zustand zu versetzen und in diesem dauerhaft zu betreiben.

Letztendlich und in besonderem Maße möchte ich mich bei meiner Familie und meinen Freunden bedanken die mir Mut zusprachen, Ablenkung zuteil werden ließen und mir so immer wieder halfen die vordergründig angenehmen Aspekte des Lebens nicht aus den Augen zu verlieren.

Berlin, im November 2012

Christian Weckmüller

Inhaltsverzeichnis

Verzeichnis der Formelzeichen und Abkürzungen	IX
1 Einleitung	1
1.1 Begriffsklärung <i>hybride Verfahren</i>	1
1.2 Die Notwendigkeit hybrider Verfahren	2
1.3 Überblick über verschiedene Kopplungsansätze	5
1.3.1 Kopplung durch Volumenquellterme	5
1.3.2 Gebietsfortsetzung - Oberflächenkopplung	7
1.4 Hybride Verfahren in der Turbomaschinenakustik	8
1.5 Zerlegung in aerodynamische und akustische Anteile	11
1.6 Aufbau und Ziel der Arbeit	13
2 Numerische Verfahren zur Modellierung der Teilgebiete	15
2.1 Quellgebiet	16
2.1.1 Physikalischer Mechanismus der Schallerzeugung	16
2.1.2 Numerische Umsetzung: das CFD-Verfahren TRACE	19
2.2 Ausbreitungsgebiet	21
2.2.1 Physikalische Mechanismen der Schallausbreitung	21
2.2.2 Numerische Umsetzung: das CAA-Verfahren PIANO	22
2.3 Fernfeld	24
2.3.1 Konvektives FW-H-Verfahren im Zeitbereich	26
2.3.2 Konvektives FW-H-Verfahren im Frequenzbereich	29
2.3.3 Positionierung der Integrationsfläche	30
2.4 Zusammenfassung	32
3 Methoden zur Kopplung der Teilgebiete	33
3.1 Transformation der CFD-Daten ins ruhende Bezugssystem	35
3.2 Interpolation der Schwankungsgrößen	37
3.3 Rekonstruktion der Schallquelle im Ringraum	41
3.3.1 Modaler Ansatz nach Oviden und Rienstra	41
3.3.2 Umgang mit Wirbelstärkewellen	47
3.3.3 Das erweiterte TPP-Verfahren (XTPP)	52
3.4 Effiziente Anbindung des Fernfeldverfahrens	59
3.4.1 FW-H-Formulierung für axialsymmetrische Integrationsflächen	59
3.4.2 Validierung anhand analytischer Schallquellen	62
3.4.3 Eigenschaften des Verfahrens	65
3.5 Zusammenfassung	69

4	Anwendung auf realistische Konfigurationen	71
4.1	Schallausbreitung im Einlaufkanal - DLR-UHBR Gebläsestufe	71
4.1.1	Berechnung der Schallerzeugung durch die Gebläsestufe	74
4.1.1.1	Erzeugung eines geeigneten Rechengitters	74
4.1.1.2	Strömungsfeld im Quellgebiet	77
4.1.2	Berechnung der Schallausbreitung im Einlaufkanal	80
4.1.2.1	Erzeugung eines geeigneten Rechengitters	83
4.1.2.2	Analyse und Vergleich der Ergebnisse	84
4.2	Schallausbreitung im Nebenstromkanal - Rolls-Royce Gebläsestufe	87
4.2.1	Erzeugung eines geeigneten Rechengitters	87
4.2.2	Aerodynamische Ergebnisse	90
4.2.3	Analyse des Druckfeldes	91
4.2.4	Vergleich mit experimentellen Daten	96
4.3	Schallabstrahlung im Freifeld - offener gegenläufiger Rotor AI-PX 7	98
4.3.1	Erzeugung eines geeigneten Rechengitters	99
4.3.2	Aerodynamische Ergebnisse	102
4.3.3	Projektion der Schwankungsgrößen ins Fernfeld	106
5	Schlussfolgerungen	111
5.1	Zusammenfassung	111
5.2	Diskussion	113
5.3	Ausblick	114
	Literaturverzeichnis	117
	Abbildungsverzeichnis	129
	Tabellenverzeichnis	131
A	Von den Navier-Stokes-Gleichungen zu den Kanalmoden	133
A.1	Bilanzgleichungen aus Schade und Kunz [85]	133
A.1.1	Linearisierte Eulergleichungen	133
A.1.2	Isentrope Strömungen	134
A.2	konvektive Wellengleichung	134
A.3	Allgemeine Lösung	135
A.4	Schalldruckpegel und Schallleistungspegel	136
A.5	Definition der konvektiven Wellenzahl	137
B	Nebenrechnungen zum FW-H-Verfahren	139
B.1	Berechnung des Betrags des Emissionsvektors	139
B.2	Analytische Lösung eines Monopols im Freifeld	140

Verzeichnis der Formelzeichen und Abkürzungen

Lateinische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung
A_{mn}	[Pa]	Amplituden der (m, n) -Mode
B_n	[Pa]	skalierte Amplituden der (m, n) -Mode
B, V	[-]	Anzahl der Rotor- bzw. Statorschaufeln
c	[m s ⁻¹]	Schallgeschwindigkeit
D_f	[-]	Dopplerfaktor
\underline{e}_i	[-]	Einheitsvektor in i -Richtung, $i \in \{1, 2, 3\}$
f	[Hz]	Frequenz
f_{mn}	[-]	radiale Eigenfunktion der (m, n) -Mode
i	[-]	imaginäre Einheit $i^2 = -1$
k	[m ⁻¹]	(Freifeld-) Wellenzahl $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$
$k_{x,mn}$	[m ⁻¹]	axiale Wellenzahl der (m, n) -Mode
$k_{r,mn}$	[m ⁻¹]	radiale Wellenzahl der (m, n) -Mode
M	[-]	Machzahl $M = \frac{u}{c}$
m	[-]	azimuthale Modenordnungszahl, $m \in \mathbb{Z}$
n	[-]	radiale Modenordnungszahl, $n \in \mathbb{N}_0$
\underline{n}	[-]	Normalenvektorfeld
p	[Pa]	Druck
p'	[Pa]	Schalldruck
\hat{p}	[Pa]	komplexe Druckamplitude
r	[m]	Entfernung zur Achse (im Rohr)
\underline{R}	[m]	Beobachtervektor
R	[m]	Betrag des Beobachtervektors
R	[m]	Außenradius des Rohr
\underline{R}_e	[m]	Emissionsvektor
R_e	[m]	Betrag des Emissionsvektors
s	[m]	Bahnkoordinate der Integrationskurve C
t	[s]	Zeit
\underline{u}	[m s ⁻¹]	Strömungsgeschwindigkeit, mit den Komponenten u, v, w
w^m	[m ⁻¹]	skalare Gewichtsfunktion der m -ten Umfangsordnung
\underline{w}^m	[s ⁻¹]	vektorielle Gewichtsfunktion der m -ten Umfangsordnung
$\underline{\underline{w}}^m$	[m ⁻¹]	tensorielle Gewichtsfunktion der m -ten Umfangsordnung
\underline{x}	[m]	Ortsvektor, $\underline{x} = (x, y, z)$

Griechische Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung
α_{mn}	[-]	Cut-On Faktor der (m, n) -Mode
α	[rad]	Beobachterwinkel
α_e	[rad]	Emissionswinkel
γ	[-]	Isentropenkoeffizient
$\underline{\Gamma}_1$	[-]	Gradient des Emissionsradius R_e
$\underline{\Gamma}_2$	[-]	Gradient des dopplerkorrigierten Emissionsradius $R_e D_f$
δ_{ij}	[-]	Kronecker-Delta
Δ	[-]	Differenz oder Abweichung
η	[-]	Nabenverhältnis
θ	[rad]	Azimuthalwinkel
λ	[m]	Wellenlänge
$\xi_n^\pm, \zeta_n^\pm, \chi_n^\pm$	[-]	skalierte radiale Eigenfunktionen der (m, n) -Mode der Index m ist beliebig aber fest
$\underline{\xi}$	[-]	Ortsvektor im Einheitselement, $\underline{\xi} = (\xi, \eta, \zeta)$
ρ	[kg m ⁻³]	Dichte
τ	[s]	retardierte Zeit
ϕ_i	[-]	Basisfunktion auf dem Hexaeder
ψ	[rad]	Polarwinkel
ψ_i	[-]	Formfunktion auf dem Einheitselement
ω	[Hz]	Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f$
Ω	[Hz]	Winkelgeschwindigkeit einer rotierenden Welle

Hoch gestellte Indizes

Symbol	Bedeutung
$(.)^m$	m-te Fourierkomponente bzgl. der Umfangsrichtung
$(.)^v$	die Wirbelstärkewelle betreffend
$(.)^+$	Eigenschaft einer stromab laufende Mode
$(.)^-$	Eigenschaft einer stromauf laufende Mode
$(.)^*$	komplex konjugierter Wert bei Matrizen zusätzlich transponieren
$(.)'$	Schwankungsgrößen
$(\hat{\cdot})$	komplexe Amplitude der Schwankungsgrößen

Tief gestellte Indizes

Symbol	Bedeutung
(\cdot)	Vektor (Tensor erster Stufe)
$\underline{(\cdot)}$	Tensor (Tensor zweiter Stufe)
$\overline{(\cdot)}$	Vektorkoordinaten bzgl. der i -Richtung
$(\cdot)_{mn}$	Eigenschaft der (m, n) -Mode
$(\cdot)_x$	Vektorkoordinate bzgl. der x -Richtung
$(\cdot)_r$	Vektorkoordinate bzgl. der r -Richtung
$(\cdot)_\theta$	Vektorkoordinate bzgl. der θ -Richtung
$(\cdot)_0$	mittlere Strömungsgrößen

Abkürzungen

APE	Acoustic Perturbation Equation
BEM	Boundary Element Method
BPF	Blade Passing Frequency (Blattfolgefrequenz)
CAA	Computational Aeroacoustics
CFD	Computational Fluid Dynamics
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V.
DRP	Dispersion-Relation-Preserving
EO	Engine Order (mit der Wellendrehzahl entdimensionalisierte Frequenz)
FV	Finite Volumen
FW-H	Ffowcs-Williams and Hawkings
ISTA	Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik der TU Berlin
LEE	Linearized Euler Equations
LES	Large Eddy Simulation
LPCE	Linearized Perturbed Compressible Equations
PCE	Perturbed Compressible Equations
PML	Perfectly Matched Layer
PPW	Points per Wavelength
PSD	Power Spectral Density (Schalleistungsspektraldichte)
PWL	Power Level (Schalleistungspegel)
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RMS	Root Mean Square (Wurzel der gemittelten Quadrate)
SPL	Sound Pressure Level (Schalldruckpegel)
UHBR	Ultra High Bypass Ratio
URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes

1 Einleitung

Aufgrund der kontinuierlich steigenden Lärmschutzanforderungen an moderne Verkehrsflugzeuge ist die Vorhersage der zu erwartenden Schallemission neuer Triebwerke von wettbewerbsrelevantem Interesse für die Triebwerkshersteller. Im Vorauslegungsprozess werden zunächst sehr schnelle analytische oder empirische Modelle zur Berechnung der relativen Schalldruckpegel verwendet, da so die Abhängigkeit der Schallemission von den Betriebsbedingungen und geometrischen Modifikationen oft mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden kann (z.B. Heidmann [39] oder Moreau und Guérin [62]). Das letztendliche Ziel des Entwicklungsprozesses ist jedoch eine Verbesserung der Maschine und damit, aus Sicht der Triebwerksakustik, eine Reduktion der absoluten Schalldruckpegel. Zur Überprüfung des Entwicklungserfolgs ist somit die Vorhersage dieser absoluten Pegel unabdingbar. Da die experimentelle Überprüfung mit der Konstruktion von Prototypen verbunden ist und daher hohe Kosten verursacht, ist eine numerische Bewertung des Entwurfs wünschenswert. Numerische Verfahren basieren in deutlich geringerem Maße auf Vereinfachungen und Annahmen als analytische oder empirische Modelle und sind daher in der Lage realitätsnahe Geometrien und komplexe Strömungsfelder zu berücksichtigen. Durch die wachsende Leistungsfähigkeit moderner Computersysteme ist es in letzter Zeit möglich geworden anwendungsrelevante Fragestellungen numerisch zu berechnen und so die absoluten Schallpegel vorherzusagen. Durch die Verwendung moderner Hochleistungscomputer sind die Kosten zwar erheblich, jedoch deutlich geringer als die Kosten einer experimentellen Vorgehensweise. Ziel dieser Arbeit ist der Aufbau einer hochgenauen und effizienten hybriden Verfahrenskette zur Vorhersage der tonalen Anteile des Interaktionslärms moderner Turbomaschinen. Von besonderer Bedeutung ist dabei die Kopplung der einzelnen Verfahren zu einem zusammenhängenden Gesamtprozess.

1.1 Begriffsklärung *hybride Verfahren*

Allgemein werden Ansätze, die zur Lösung eines bestimmten Problems mehrere Methoden miteinander verknüpfen, als hybride Verfahren bezeichnet. Die unterschiedlichen Methoden sind dabei auf eine Teilaufgabe oder einen Teilaspekt des Gesamtproblems optimiert. Auf diese Weise erreichen hybride Verfahren in aller Regel eine deutlich höhere Effizienz als der durchgehende Einsatz einer einzelnen Methode. Hybride Verfahren kommen in vielen Bereichen des Ingenieurwesens vor; so ist der Hybrid-antrieb von Kraftfahrzeugen zur Zeit wahrscheinlich das prominenteste Beispiel. In der numerischen Strömungsdynamik selbst gibt es eine Vielzahl unterschiedlicher hybrider Verfahren. Die gleichzeitige Verwendung strukturierter

und unstrukturierter Gitter in einem CFD-Verfahren (Yang *et al.* [130]) wird genauso als hybride Methode bezeichnet, wie die Kombination von RANS und LES zur Berechnung der instationären Umströmung von Tragflügeln (Wagner *et al.* [117]). Auch bei der Verknüpfung von Modellen die im Zeit- bzw. im Frequenzbereich arbeiten findet sich die Bezeichnung hybride Methode wieder (Guérin und Siller [36]).

Im Folgenden wird unter einem *hybriden Verfahren* zur Schallberechnung die Zerlegung des Rechengebietes in mehrere Teile verstanden: diese sind das Quellgebiet, das Ausbreitungsgebiet und das Fernfeld. In jedem Teilgebiet werden dedizierte Rechenverfahren angewendet und an den Gebietsgrenzen miteinander gekoppelt.

1.2 Die Notwendigkeit hybrider Verfahren

Die erste Frage, welche im Zusammenhang mit hybriden Verfahren im Raum steht ist die Folgende: „Warum sollte man den Aufwand betreiben und verschiedene Verfahren entwickeln, validieren und pflegen, wenn doch ein einziges Verfahren grundsätzlich ausreichend ist, um die strömungsdynamischen Prozesse realistisch abzubilden?“ Dies ist prinzipiell die Frage nach der Daseinsberechtigung eines eigenständigen Feldes der numerischer Schallberechnung (CAA) neben der bereits etablierten numerischer Strömungsberechnung (CFD). Das Gebiet der CFD ist deutlich älter und ausgereifter als jenes der CAA und hat bereits eine große Anzahl robuster Verfahren hervorgebracht, welche im industriellen Auslegungsprozess von Strömungsmaschinen angewendet werden. CFD-Verfahren berechnen im Regelfall eine Näherungslösung der Navier-Stokes Gleichungen. Diese sind grundsätzlich geeignet neben aerodynamischen auch akustische Phänomene abzubilden. Eine direkte Lösung der Navier-Stokes Gleichungen wäre der eleganteste Ansatz zur Schallberechnung, da sämtliche physikalische Effekte der Strömungsdynamik, der Schallerzeugung und der Schallausbreitung und deren wechselseitige Interaktion auf natürliche Weise von den Navier-Stokes Gleichungen modelliert werden. Aus verschiedenen Gründen übersteigen die Anforderungen einer direkte Lösung für anwendungsrelevante Fragestellungen nach wie vor die verfügbaren Computerkapazitäten in erheblichem Maße. Eine Zusammenfassung der Anforderungen an die numerischen Methoden zur Abbildung aerodynamischer bzw. akustischer Phänomene spezifisch für die Anwendung auf Strahlärm wurde von Tam [107] gegeben. Für eine allgemeinere Darstellung der verschiedenen Schwierigkeiten sei auf De Roeck [15] oder Költzsch [48] verwiesen. Zur Motivierung der weiteren Vorgehensweise werden die für die hier anvisierte Anwendung besonders wichtigen Herausforderungen kurz zusammengefasst:

Skalendisparität: Die Amplituden der akustischen Schwankungen sind um Größenordnungen kleiner als die aerodynamischen Größen, so dass befürchtet werden muss, dass die akustischen Schwankungen von dem numerischen Fehler, bedingt durch die aerodynamischen Größen, verdeckt werden.

Unterschiedliche Längenskalen: Die Auflösung der aerodynamischen Schwankungen im Bereich der Schallquelle erfordert sehr kleine Gitterweiten. In gewisser Entfernung zur Schallquelle, wo zur Abbildung der aerodynamischen Phänomene recht grobe Gitter ausreichend sind, erfordert jedoch die Abbildung der akustischen Schwankungen eine sehr feine Gitterauflösung.

Ausbreitungseigenschaften: Die aerodynamischen Schwankungen werden mit der mittleren Strömung konvektiert und klingen in Strömungsrichtung recht langsam, in allen anderen Raumrichtungen jedoch sehr schnell ab. Die akustischen Schwankungen hingegen breiten sich wellenförmig in alle Raumrichtungen aus.

Randbedingungen: Prinzipbedingt muss das Rechengebiet in seiner räumlichen Ausdehnung begrenzt werden. Dies geschieht häufig an Positionen, wo die räumlichen und zeitlichen Gradienten der aerodynamischen Schwankungen nicht zu vernachlässigen sind. Die Randbedingung muss also die mittleren Größen fixieren wie auch das reflexionsfreie Verlassen der aerodynamischen und der akustischen Schwankungen abbilden, da sonst die künstlichen Reflexionen, welche ins Rechengebiet zurückgeworfen werden, die Lösungsqualität herabsetzen.

Nichtlinearitäten: In den meisten Fällen lässt sich die Schallausbreitung durch linearisierte Modelle beschreiben¹. Die Abbildung der Schallerzeugung selbst erfordert jedoch in vielen Fällen die Verwendung der nichtlinearen reibungsbehafteten Modelle.

Bei den beschriebenen Schwierigkeiten handelt es sich nahezu ausschließlich um gegensätzliche Anforderungspaare, die sich durch eine Zerlegung des Rechengebiets in verschiedene Teile weitestgehend auflösen lassen. Durch eine Gebietszerlegung und die Verwendung spezialisierter Verfahren zur Berechnung der Einzelteile reduziert sich der Rechenaufwand derart, dass eine Schallvorhersage für realitätsnahe Probleme möglich wird (Költzsch [48]). Das Rechengebiet wird in drei Teile zerlegt, welche wie folgt definiert sind:

Das Quellgebiet ist charakterisiert durch starke räumliche und zeitliche Schwankungen der Strömungsgrößen und den damit einhergehenden nichtlinearen Interaktionseffekten (Chu und Kovászny [10]). Das Strömungsfeld im Quellgebiet wird durch ein CFD-Verfahren, basierend auf den instationären Navier-Stokes Gleichungen, abgebildet. Seine räumliche Ausdehnung muss so gewählt werden, dass sämtliche Interaktionsmechanismen erfasst werden und am Rand des Quellgebietes eine Trennung in aerodynamische und akustische Schwankungen möglich ist, die dominanten Schallquellen also eingeschlossen werden.

¹ Die Gültigkeit von linearisierten Modellen zur Beschreibung der Schallausbreitung wird bei ca. 140dB - 160dB begrenzt (Tam [107]). Diese Grenze hängt von der Ausbreitungsstanz und der Frequenz ab.

Das Ausbreitungsgebiet ist ein Bereich in dem sich die Schallwellen auf einer inhomogenen mittleren Strömung ausbreiten und durch Brechungs-, Beugungs- und Streuungseffekte beeinflusst werden. Reibungseffekte spielen im Ausbreitungsgebiet nur eine untergeordnete Rolle und können daher vernachlässigt werden. Die Schallausbreitung wird durch die Eulergleichungen modelliert, häufig aber nicht notwendigerweise in ihrer linearisierten Form. Hier finden oft so genannten DRP-Verfahren² Anwendung, welche auf die effiziente Modellierung der Schallausbreitung hin optimiert wurden (z.B. Lele [51] oder Tam und Webb [109]).

Das Fernfeld ist charakterisiert durch eine homogene mittlere Strömung, welche auch ruhen kann. Die Schallausbreitung kann mit der (konvektiven) Wellengleichung beschrieben werden. Da die Fundamentallösung der (konvektiven) Wellengleichung analytisch bekannt ist, können in diesem Bereich gitterfreie Verfahren zur Berechnung der Schallausbreitung eingesetzt werden (z.B. FW-H oder BEM).

Diese Begriffsdefinitionen sind durch die in den Teilgebieten vorherrschenden physikalischen Effekte motiviert und können daher mit den unterschiedlichen Berechnungsverfahren gleichgesetzt werden. Häufig finden auch die Begriffe Nahfeld, Mittelfeld und Fernfeld Verwendung. Teilweise fällt deren Bedeutung dann mit obigen Definitionen zusammen (Terracol *et al.* [112]). Im Folgenden werden die Begriffe Quellgebiet, Ausbreitungsgebiet und Fernfeld überwiegend zur Bezeichnung der Teilgebiete des hybriden Verfahrens verwendet, manchmal je nach Zusammenhang jedoch auch zur Charakterisierung eines Ortes im räumlichen Sinne.

Die Teilbereiche des so zerlegten Rechengebiets sind zunächst unabhängig voneinander. Um zu einer geschlossenen Schallberechnung von der Quelle bis ins Fernfeld zu gelangen, müssen die Teilbereiche miteinander gekoppelt werden. Das Feld der *hybriden Verfahren* unterliegt einer fortwährenden Weiterentwicklung [16, 75, 77, 90, 99], jedoch zeichnet sich eine gewisse Systematik ab, wonach sich sämtliche hybride Ansätze in zwei Gruppen einteilen lassen. Einerseits die Kopplung durch Volumenquellterme und andererseits die Kopplung durch Gebietsfortsetzung bzw. die Kopplung durch Oberflächenquellen. Beide Ansätze basieren auf der Annahme, dass die Berechnung der aerodynamischen Schallquellen von der Berechnung der Schallausbreitung getrennt werden kann. In den meisten Fällen wird dabei eine Rückwirkung des Ausbreitungsgebiets auf das Quellgebiet ausgeschlossen. D.h., der Informationsfluss verläuft ausschließlich von der Quelle in Richtung des Beobachters.

²Unter dem Begriff „**D**ispersion-**R**elation-**P**reserving Schemes“ werden numerische Diskretisierungsschemata zusammengefasst, welche auf einen möglichst kleinen Dissipations- und Dispersionsfehler hin optimiert sind, anstatt eine möglichst hohe Fehlerordnung aufzuweisen.

1.3 Überblick über verschiedene Kopplungsansätze

In der Literatur wird von der Verwendung verschiedener Kombinationen der o.g. Teilgebiete zur Schallberechnung berichtet. Die einzelnen Teilgebiete können dabei aneinander angrenzend bzw. leicht überlappend oder überlagernd ausgeführt sein. Von manchen Autoren wird das Ausbreitungsgebiet ausgelassen und das Rechenmodell des Fernfelds direkt an das Quellgebiet gekoppelt, so z.B. Singer *et al.* [102]. Im Gegensatz dazu wird von Hardin und Pope [37] das Modell des Ausbreitungsgebiets bis ins Fernfeld verwendet, wobei das Quellgebiet vom Ausbreitungsgebiet vollkommen überdeckt wird. Eine konsequente Unterteilung in alle drei Teilgebiete wird z.B. von Terracol *et al.* [112] und Redonnet [77] beschrieben und auf Umströmungsprobleme angewendet. Unabhängig von der Menge der verwendeten Teilgebiete können diese durch Volumenquellterme oder Oberflächenquellen gekoppelt sein (siehe Abb. 1.1).

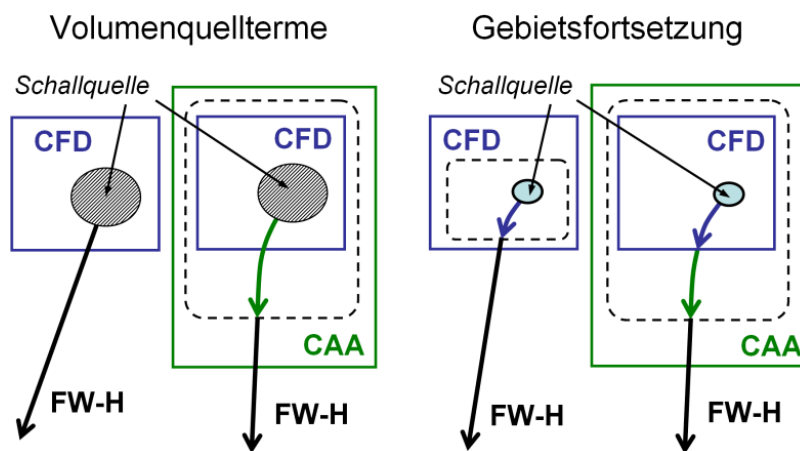


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung der verschiedenen Möglichkeiten die Teilgebiete miteinander zu verbinden. Links: Volumenkopplung des Fernfeldverfahrens an das CFD-Verfahren. Mitte links: Volumenkopplung des CAA-Verfahrens an das CFD-Verfahren, Oberflächenkopplung zum Fernfeldverfahren. Mitte rechts: Oberflächenkopplung des Fernfeldverfahrens an das CFD-Verfahren. Rechts: Oberflächenkopplung des CAA-Verfahrens an das CFD-Verfahren und Oberflächenkopplung zum Fernfeldverfahren. Gekrümmte Pfeile zeigen die Berücksichtigung von Brechungs- und Beugungseffekten durch die verschiedenen Verfahren an.

1.3.1 Kopplung durch Volumenquellterme

Die wesentlichen Unterschiede zwischen den verschiedenen Verfahren in dieser Gruppe liegen in den für die Schallausbreitung verwendeten Feldgleichungen. Wird als Modell für die Schallausbreitung die Wellengleichung verwendet, ist es möglich ein Integralverfahren zu formulieren. Diese wird auch als akustische Analogie bezeichnet.

Die Idee der akustischen Analogie wurde zuerst von Lighthill [54, 55] formuliert. Die Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls werden zu einer Wellengleichung mit Quelltermen umformuliert. In den folgenden Jahren wurde der Gültigkeitsbereich der akustischen Analogie erweitert. Von Curle [14] wurde der Einfluss von festen Wänden einbezogen. Ffowcs Williams und Hawkings [29] erweiterten das Verfahren auf beliebig bewegte Oberflächen und später auch auf durchströmte Kontrollflächen (Brentner und Farassat [7]).

Wird es erforderlich, Brechungseffekte an der mittleren Strömung zu berücksichtigen, ist die Wellengleichung zur Beschreibung der Schallausbreitung nicht mehr ausreichend und es muss ein komplexeres Modell verwendet werden, z.B. die LEE (Linearized Euler Equation). Unter der einschränkenden Annahme kleiner Machzahlen kann das aerodynamische Problem mit einer inkompressiblen Näherung beschrieben werden. Hardin und Pope [37] veröffentlichten eine Methode, welche eine Trennung der Schallberechnung in die Lösung eines inkompressiblen, reibungsbehafteten Problems zur Berechnung der Schallquelle und die Lösung eines kompressiblen, reibungsfreien Problems zur Berechnung der Schallausbreitung vorschlagen. Die kompressible Lösung wird dabei als Schwankung um die inkompressible Lösung berechnet. Eine Rückwirkung der kompressiblen Schwankung auf die inkompressiblen Variablen wird dabei ausgeschlossen. Dies ist das Erste einer ganzen Familie von Verfahren, welche die Schallausbreitung als Schwankung um eine inkompressible Grundströmung beschreiben (EIF³). Die Autoren stellen einige der oben genannten Schwierigkeiten der numerischen Schallberechnung dar, verwenden den Begriff hybrides Verfahren für die von ihnen vorgeschlagene Methode jedoch selbst noch nicht. Der grundsätzliche Gedanke, der Verwendung von spezialisierten Verfahren auf unabhängigen Rechengittern zur Verringerung des Gesamtaufwands, wird von den Autoren erstmalig dargestellt. Es folgen vielfältige Arbeiten, welche die EIF-Methode zwar verfeinern, aber im Sinne der Kopplungssystematik hybrider Verfahren keine wesentlichen Modifikationen vornehmen. Von Ekaterinaris [22] wird eine Neuformulierung der Methode mit dem Ziel der Verwendung hochgenauer Diskretisierungstechniken vorgestellt. Eine Validierung der ursprünglichen Formulierung von Hardin und Pope anhand akademischer Testfälle ist von Slimon *et al.* [103] dokumentiert. Seo und Moon [92] haben die Verwendung von reibungsbehafteten Modellen zur Berechnung der Schallausbreitung vorgeschlagen, da so Probleme mit numerischen Instabilitäten in der Nähe von festen Oberflächen reduziert werden können. Unter der Annahme kleiner Machzahlen kann durch eine Modifikation der Impulsgleichung eine linearisierte, reibungsfreie Variante hergeleitet werden, die von den Instabilitäten der Eulergleichungen befreit ist (Seo und Moon [93]). Erste Schritte hin zur Anwendung auf komplexere Probleme sind von Moon *et al.* [61] durch die Anwendung der EIF-Methode auf die Lärmerzeugung der turbulent umströmten Hinterkante dokumentiert.

³Expansion about incompressible Flow

Ewert *et al.* [26] entwickelten den Ansatz von Hardin und Pope [37] in der Art weiter, dass im Quellgebiet die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen gelöst und durch eine geeignete Filterung die akustischen Quellen extrahiert werden. Diese werden als Quellterme an das LEE oder APE (Acoustic Perturbation Equation) System zur Berechnung der Schallausbreitung übergeben. Durch die Verwendung einer kompressiblen LES⁴ zur Beschreibung des Quellgebiets sind prinzipiell sämtliche Interaktionsmechanismen und auch die Schallausbreitung in der Quellgebietssimulation enthalten (Chu und Kovásznyai [10]). Weiterhin kann durch den verwendeten Wellenoperator der Brechungseinfluss, an den Gradienten der Grundströmung, auf die Schallausbreitung berücksichtigt werden.

1.3.2 Gebietsfortsetzung - Oberflächenkopplung

Wird die Strömungsdynamik im Quellgebiet durch die kompressiblen Navier-Stokes-Gleichungen beschrieben, ist bei geeigneter Wahl des Rechengitters die Schallausbreitung im unmittelbaren Nahfeld bereits in der Lösung enthalten. Ab einer gewissen Entfernung zur Schallquelle, in einem Bereich, wo Reibungseffekte und Nichtlinearitäten vernachlässigbar sind, kann ein einfacheres Modell zur Berechnung der Schallausbreitung verwendet werden. Der Datenaustausch zwischen Quellgebiet und Ausbreitungsgebiet findet dabei auf einer Oberfläche statt. Die Kopplungszone sollte in einem Bereich des Quellgebiets liegen, wo die Schallwellen noch mit ausreichender Qualität in der Quellgebietssimulation enthalten sind. D.h., das Quellgebiet wird vom Ausbreitungsgebiet in der Art eingefasst, dass sich beide in einem gewissen Bereich überlappen. Dies ist ein wesentlicher Unterschied zu den in Kapitel 1.3.1 beschriebenen Verfahren, wo das Quellgebiet komplett vom Ausbreitungsgebiet überlagert ist (Abb. 1.1). Aufgrund der höheren Anforderungen der kompressiblen CFD-Simulation des Quellgebiets treten diese Verfahren erst grob ein Jahrzehnt später auf.

Von Singer *et al.* [102] wird die Zerlegung in ein aerodynamisches Problem und ein akustisches Problem vorgeschlagen. Die Berechnung der Schallquelle und die Schallausbreitung aus dem unmittelbaren Quellgebiet heraus bis zu einer Kontrollfläche wird mit einem Rechenmodell basierend auf den kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen gekoppelt mit einem Turbulenzmodell beschrieben. Die Schallausbreitung von der Kontrollfläche bis zum Beobachter im Fernfeld wird mit einer akustischen Analogie durchgeführt (Ffowcs Williams und Hawkings [29]). Zur Berechnung des Umströmungslärms wird von Terracol *et al.* [112] die Zerlegung des Rechengebiets in drei Teile vorgeschlagen. Diese sind das Nahfeld, das Mittel-Nahfeld und das Fernfeld. Gegenüber dem vorgenannten Verfahren wird ein sog. Mittel-Nahfeld eingeführt, in diesem werden durch Verwendung der Eulergleichungen Brechungs-, Beugungs- und Streuungseffekte auf die Schallausbreitung berücksichtigt. D.h. das Mittel-Nahfeld entspricht dem Ausbreitungsgebiet in der

⁴Large Eddy Simulation

hier verwendeten Terminologie und das Nahfeld dem Quellgebiet. Das Verfahren wird zur Berechnung der breitbandigen Lärmerzeugung einer industriell relevante Hochauftriebskonfiguration verwendet und dadurch dessen Reifegrad demonstriert. Von Redonnet [77] wurde dieses Verfahren auf die physikalisch korrekte Berücksichtigung von Reflexionen an Körpern im Ausbreitungsgebiet erweitert. Die Schallwellen gelangen durch den Kopplungsrand vom Quellgebiet in das Ausbreitungsgebiet. Dort können die Schallwellen an eventuell vorhandenen Körpern zurück in Richtung Quellgebiet reflektiert werden. Die Methode von Terracol *et al.* [112] wird nun so erweitert, dass diese Schallwellen das Ausbreitungsgebiet über den Kopplungsrand reflexionsfrei verlassen können. Eine Rückwirkung auf das Quellgebiet findet dabei nicht statt. Bei allen Methoden, welche die Kopplung durch eine Gebietsfortsetzung realisieren, muss eine kompressible Quellgebietssimulation durchgeführt werden, da nur so die Schallausbreitung bis zur Kopplungszone abgebildet werden kann.

1.4 Hybride Verfahren in der Turbomaschinenakustik

Einige der oben genannten grundsätzlichen Konzepte hybrider Verfahren lassen sich direkt in den Bereich der Turbomaschinenakustik übertragen. Die Eigenheiten der Turbomaschine bringen jedoch andere Herausforderungen, aber auch spezielle Möglichkeiten zur Vereinfachung mit sich. Die dominanten tonalen Schallquellen in einem Turbofantriebwerk sind ursächlich mit den Schaufeln des Rotors der Gebläsestufe verbunden (Huff [46], Abb. 1.2), diese sind:

- Interaktion der Rotorschaukeln mit der Grenzschicht im Einlaufkanal und Störungen der Zuströmung,
- Rotoreigenlärm und Buzz-saw noise,
- Interaktion des Potentialfeldes der Schaufeln einer Schaufelreihe mit den Schaufeln der benachbarten Schaufelreihe,
- Interaktion der Nachläufe und Kopfspaltwirbel der Rotorschaukeln mit den stromab liegenden Statorschaufeln und weiteren Einbauten.

Viele Schallquellen eines Turbofantriebwerks sind wegen der Regelmäßigkeit der Rotationsbewegung von tonaler Natur. Andere beinhalten aber aufgrund der turbulenten Mischungsprozesse auch starke breitbandige Komponenten. Je nach Triebwerk, Arbeitspunkt und Beobachterposition können dabei die tonalen oder die breitbandigen Anteile dominant sein. In einem weiten Arbeitsbereich des Triebwerks liefert der tonale Anteil der Rotor-Stator Interaktion der Gebläsestufe einen wesentlichen Beitrag zur abgestrahlten Schallleistung. Die Rotornachläufe stellen eine zeitlich schwankende Anströmung der Statorvorderkante dar. Die auf der Statoroberfläche entstehenden Druckschwankungen regen akustische Kanalmoden an, welche sich stromauf und stromab durch den Nebenstromkanal ausbreiten können. Stromauf der Statorblätter wird die Schallausbreitung durch die inhomogene drallbehaftete Grundströmung beeinflusst, stromab des Stators ist der

Drallanteil eher klein. Die Beeinflussung durch die Gradienten der Grundströmung sollte jedoch trotzdem berücksichtigt werden. An den Rotorblättern werden die stromauf laufenden Moden reflektiert und transmittiert. Dabei findet eine Streuung in der Frequenz wie auch der Umfangsordnung statt. Außerdem können sowohl die Schallwellen als auch das Potentialfeld des Stators die Strömungsbedingungen um die Rotorscheaufeln und somit deren Nachlaufdellen beeinflussen (Holewa *et al.* [42]). Unter der Annahme, dass die Rotornachläufe der ersten Schaufelreihe durch die

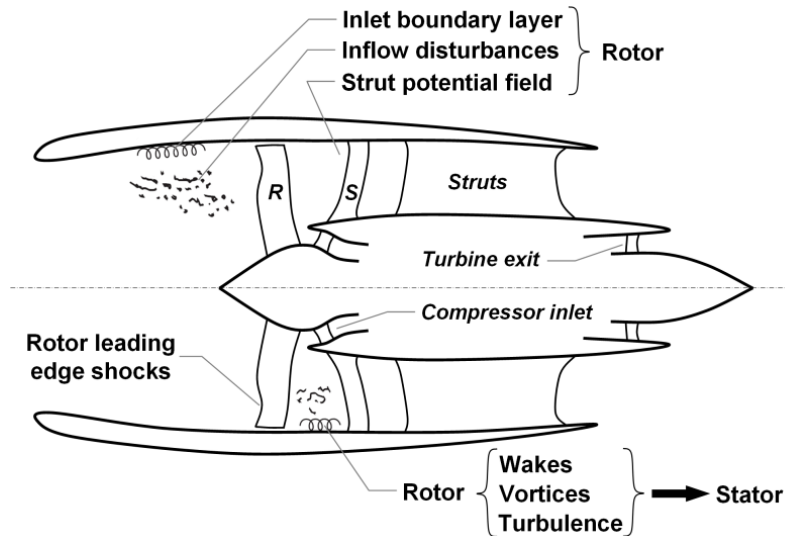


Abbildung 1.2: Schallquellen in einem Turbofantriebwerk.

Schallwellen nicht beeinflusst werden, kann eine so genannte akustisch gekoppelte Berechnung der beiden Schaufelreihen durchgeführt werden (z.B. Huff [46] oder Sharma *et al.* [94]). Die Nachläufe der ersten Schaufelreihe werden in einer stationären Simulation berechnet und in einem zweiten Schritt als Randbedingung einer instationären Simulation der zweiten Schaufelreihe verwendet. Das entstehende Schallfeld wird dann stromauf und stromab der zweiten Schaufelreihe analysiert. Im Gegensatz dazu ermöglicht eine aerodynamisch gekoppelte Berechnung beider Schaufelreihen die Berücksichtigung sämtlicher Interaktionsmechanismen innerhalb der Gebläsestufe. In beiden Fällen kann die Beeinflussung der Schallausbreitung durch die inhomogene mittlere Strömung innerhalb und in unmittelbarer Nähe der Gebläsestufe berücksichtigt werden. Die akustisch gekoppelte Berechnung stellt eine Vereinfachung gegenüber der aerodynamisch gekoppelten Berechnung der Gebläsestufe dar und wird im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter betrachtet. Erreichen die Schallwellen den Anfang des Einlaufs bzw. das Ende des Nebenstromkanals, findet die Abstrahlung bis ins Fernfeld unter Beeinflussung der Gradienten der mittleren Strömung statt. Aufgrund der hohen Komplexität der beschriebenen Prozesse wird eine Zerlegung in Schallerzeugung und Ausbreitung durchgeführt (Envia *et al.* [24]).

1 Einleitung

Das Quellgebiet umfasst dabei die beiden Schaufelreihen und ein Teilstück des Strömungskanal stromauf des Rotors bzw. stromab des Stators zur Simulation der Schallausbreitung herauss aus dem unmittelbaren Nahfeld der Gebläsestufe. Das Ausbreitungsgebiet reicht von den anschließenden Kanalsektionen bis ins Freifeld und kann wiederum in die Wellenausbreitung im Kanal und die Abstrahlung ins Fernfeld zerlegt werden.

Rumsey *et al.* [83] beschreiben eine hybride Methode, mit der die Lärmerzeugung durch die Rotor-Stator Interaktion von der Quelle bis ins Fernfeld geschlossen berechnet werden kann. Die Schallerzeugung wird mit einem 3D-CFD Verfahren basierend auf den instationären kompressiblen Reynolds-Averaged-Navier-Stokes Gleichungen (URANS) berechnet. Dieses beschreibt auch die Ausbreitung der Schallwellen aus dem aerodynamischen Nahfeld der Schaufelreihen heraus. Dort werden die Ergebnisse des CFD Verfahrens in akustische Kanalmoden zerlegt und an ein Ausbreitungsverfahren übergeben (Parrett und Eversman [71]). Dieses modelliert die Schallausbreitung aus dem Triebwerkseinlauf heraus ins Freifeld. Die weitere Schallausbreitung ins Fernfeld wird mit einem Kirchhoffverfahren realisiert (Spence [105]). Das so aufgebaute Verfahren skizziert die Standardelemente einer hybriden Methode in der Turbomaschinenakustik. Ein modaler Ansatz zur Kopplung von Quell- und Ausbreitungsgebiet wurde von vielen Arbeitsgruppen etabliert [6, 64, 88]. In einer Vielzahl von Ausbreitungsverfahren wird die Schallquelle durch die Eingabe von Modenamplituden definiert [9, 53, 70, 78, 123, 134]. Diese ergeben sich aus der Quellgebietssimulation oder können generisch erzeugt werden, um das Ausbreitungs- und Abstrahlverhalten einzelner Kanalmoden zu untersuchen. Einen leicht modifizierten Ansatz verfolgen Polacsek *et al.* [75]. Die Quellgebietsdaten werden zwar durch eine Modenanalyse ausgewertet, die Schallwellen im Ausbreitungsverfahren aber durch eine „äquivalente“ Verteilung von Monopolquellen angeregt. Das Verfahren wird auf industriell relevante Fragestellungen angewendet [73, 74], wobei eine konzeptionelle Überlegenheit der äquivalenten Quellen gegenüber der direkten Vorgabe von Kanalmoden nicht gefunden werden kann.

Bei nahezu allen oben genannten Verfahren wird, nachdem die Schallwellen aus dem Einlauf- bzw. Nebenstromkanal heraus ins Freifeld ausgebreitet wurden, die Schallabstrahlung bis ins Fernfeld mit einem Kirchhoff oder FW-H-Integralverfahren berechnet. Auf einer durchströmten Fläche werden die Daten aus der Ausbreitungsrechnung extrahiert und zu Beobachterpositionen ins Fernfeld projiziert. Bei der Berechnung der Schallabstrahlung von offenen Propellern oder offenen gegenläufigen Rotoren wird das Ausbreitungsgebiet ausgelassen und das Quellgebiet direkt an das Fernfeld gekoppelt (Peters und Spakovszky [72] oder Schnell *et al.* [89]). Die Kopplungs- bzw. Kontrollfläche kann dabei entweder durchströmt sein, ist dann meist axialsymmetrisch und befindet sich in gewisser Entfernung zu den rotierenden Schaufeln, oder sie besteht aus den festen Schaufeloberflächen selbst. Wird bei der Integration über die Schaufeloberflächen das Volumenintegral vernachlässigt, so

bleiben bestimmte Effekte unberücksichtigt, was unweigerlich gewisse Abweichungen zu experimentellen Daten zur Folge haben muss. Diese sind Brechungseffekte an der mittleren Strömung (insbesondere in unmittelbarer Nähe der Schaufeln) und die Streuung in Frequenz und Umfangsordnung durch Interaktion mit den Blättern der benachbarten Schaufelreihe.

1.5 Zerlegung in aerodynamische und akustische Anteile

Ein wesentlicher Aspekt bei der Verwendung hybrider Verfahren ist der Informationsaustausch zwischen den Teilbereichen. Bei dem Übergang vom Quell- zum Ausbreitungsgebiet findet genauso ein Wechsel des physikalischen Modells statt wie beim Übergang vom Ausbreitungsgebiet zum Fernfeld. Der Modellwechsel sollte bei dem Informationsaustausch zwischen den Teilbereichen berücksichtigt werden.

Im Quellgebiet werden nichtlineare, reibungsbehaftete Gleichungen gelöst, im Ausbreitungsgebiet werden Reibungseffekte und meist auch Nichtlinearitäten vernachlässigt, siehe Kapitel 1.2. Anhand einer Störungsanalyse der linearisierten kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen zeigen Chu und Kovászny [10], dass diese die Ausbreitung von drei unabhängigen Lösungsmoden beschreiben. Dies sind die Entropie-, die Wirbelstärke- und die Schallwellen. Die ersten Beiden breiten sich konvektiv mit der mittleren Strömung aus. Einzig die Schallwellen können sich, mit klassischem Wellencharakter, in alle Raumrichtungen ausbreiten. Liegt eine homogene Hintergrundströmung in einem unberandeten Gebiet vor, sind die drei Lösungsmoden in den linearisierten Gleichungen entkoppelt. Bei Verwendung der nichtlinearen kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen sind die drei Lösungsmoden stets miteinander gekoppelt. Durch den Dissipationsterm in der Impulsgleichung wird ein Abbau der Schwankungen und durch den konvektiven (nichtlinearen) Term eine Interaktion der Schwankungen untereinander und mit sich selbst beschrieben. Das physikalische Modell des Ausbreitungsgebiets, die linearisierten Eulergleichungen, beschreiben zwar die Ausbreitung der drei Lösungsmoden, jedoch fehlt aufgrund der Vernachlässigung von Reibung und Nichtlinearitäten ein Mechanismus zur physikalischen Dämpfung der Schwankungen. Vielmehr ist es so, dass abhängig von den Eigenschaften der Hintergrundströmung ein physikalischer Mechanismus existiert, welcher zum linearen Anwachsen der Wirbelstärkewellen führen kann. Hierbei handelt es sich um die Kelvin-Helmholtz Instabilität, welche von numerischen Instabilitäten unterschieden werden sollte (Manera *et al.* [58], Michalke [59]). Letztere führen, durch ihr exponentielles Wachstum, sehr schnell zum Abbruch einer Simulation. Zur Vermeidung des beschriebenen Problems kann entweder versucht werden, die Wirbelstärkewellen aus der CFD-Lösung herauszufiltern, so dass diese im Ausbreitungsgebiet nicht angeregt werden oder der Wellenoperator wird auf eine Weise modifiziert, dass die Ausbreitung der Wirbelstärkewellen nicht mehr dargestellt wird. Beide Ansätze haben Vor- und Nachteile, weswegen im Rahmen dieser Arbeit ein weiterer Ansatz verfolgt wird.

Modifizierung des Wellenoperators Das APE-System ist eine gefilterte Variante der Eulergleichungen, wobei die Ausbreitung der Wirbelstärkewellen unterdrückt wird (Ewert und Schröder [27]). Es kann gezeigt werden, dass das APE-System unabhängig von der Hintergrundströmung stabil ist.

Manche Autoren streichen Terme aus den Eulergleichungen, welche die Interaktion der Schwankungsgrößen mit den Gradienten der mittleren Strömung abbilden und können so die Simulation stabilisieren (Huang *et al.* [44], Richards *et al.* [78]). In jedem Fall ist eine Modifikation des Wellenoperators an Annahmen geknüpft, die seinen Gültigkeitsbereich einschränken (Agarwal *et al.* [1]). Bzw. werden die modifizierten Wellenoperatoren in der konkreten Anwendung etwas andere Ergebnisse erzeugen (Chen *et al.* [8], Tester *et al.* [113]).

Filterung der Quellterme Von DeRoeck *et al.* [16] wird die Zerlegung der Schwankungen aus dem Quellgebiet in einen rotationsfreien und einen divergenzfreien Anteil vorgeschlagen. Der rotationsfreie Teil wird dann mit der Schallwelle identifiziert und der divergenzfreie Teil mit der Wirbelstärkewelle. Dies ist jedoch an die Annahme kleiner Machzahlen geknüpft. Eine andere Möglichkeit zur Filterung der Quellterme ist die Verwendung eines Filteroperators basierend auf der Dispersionsrelation (Sinayoko *et al.* [100]). Das Potential dieser Methode muss aber erst noch anhand anwendungsrelevanter Probleme gezeigt werden.

Modaler Ansatz Speziell für die Anwendung in Turbomaschinen wurde von Oviden und Rienstra [69] ein Verfahren zur Analyse der CFD-Daten entwickelt, welches die Druckschwankungen als Summe von akustischen Kanalmoden darstellt. Durch die Verwendung mehrerer axiale Ebenen können die Schallwellen in stromauf und stromab laufende Komponenten zerlegt werden. Durch die Mittlung der Daten über jene Ebenen wird außerdem die Wirbelstärkewelle herausgefiltert, da sich deren axialer Phasenverlauf von dem der Kanalmoden unterscheidet. Die Abtrennung der Wirbelstärkewelle ist jedoch unbefriedigend. Durch eine Erweiterung des analytischen Modells um konvektive Komponenten kann dies erheblich verbessert werden (Weckmüller *et al.* [120]).

Bei offenen gegenläufigen Rotoren wird üblicherweise das Quellgebiet direkt mit dem Fernfeld verknüpft. Konvektieren Wirbelstärkewellen über die Koppelungsfläche, so erzeugen diese zwar keine Instabilitäten, jedoch kann es zu einer erheblichen Überbewertung der abgestrahlten Schallleistung kommen. Dabei sind FW-H-Verfahren weniger fehleranfällig als Kirchhoffverfahren (Brentner und Farsassat [7] oder Singer *et al.* [101]). Zur Quantifizierung des Verfahrensfehlers der Fernfeldintegration können die Ergebnisse unterschiedlich positionierter Kontrollflächen miteinander verglichen werden. Teilweise wird versucht, den Rand, über den die Wirbelstärkewellen das Quellgebiet verlassen, einfach von der Integration auszuschließen (z.B. Shur *et al.* [97] oder Spalart und Shur [104]). Eine allgemeine und robuste Lösung existiert für dieses Problem zur Zeit noch nicht.

1.6 Aufbau und Ziel der Arbeit

Ziel der Arbeit ist es, eine hybride Methode zur Berechnung der Schallimmission im Fernfeld von Turbomaschinen zu erarbeiten. Besonderes Augenmerk liegt dabei auf der Kopplung der verschiedenen Verfahren und der Trennung von aerodynamischen und akustischen Anteilen zur Erhöhung der Genauigkeit der Schallvorhersage.

Es wird davon ausgegangen, dass die Berechnung der aerodynamischen Schallquellen von der Berechnung der Schallausbreitung getrennt werden kann. Eine Rückwirkung der Schallwellen im Ausbreitungsgebiet bzw. Fernfeld auf das Quellgebiet wird dabei ausgeschlossen. D.h., der Informationsfluss verläuft ausschließlich von der Quelle in Richtung Beobachter. Durch die Gebietszerlegung wird die Berechnung der Schallerzeugung und Schallabstrahlung von realitätsnahen Konfigurationen mit den momentan verfügbaren Computerressourcen überhaupt erst ermöglicht. In den einzelnen Schritten des Berechnungsprozess wird jenes Modell verwendet, welches die wesentlichen physikalischen Mechanismen noch abbilden kann, für dessen Anwendung jedoch der geringste Ressourcenverbrauch zu verbuchen ist. Das Quellgebiet wird mit dem CFD-Verfahren TRACE modelliert; mit dem CAA-Code PIANO wird das Ausbreitungsgebiet simuliert und mit einem FW-H-Verfahren wird die Schallausbreitung bis ins Fernfeld berechnet.

In Kapitel 2 wird die Zerlegung des Rechengebiets in ein Quellgebiet, ein Ausbreitungsgebiet und das Fernfeld detailliert. Es werden kurz die relevanten physikalischen Prozesse in den Teilgebieten und die resultierenden Anforderungen an die numerischen Verfahren zu deren Berechnung dargestellt. Die Teilgebiete bzw. Verfahren werden zunächst unabhängig voneinander betrachtet.

In Kapitel 3 wird die Kopplung der einzelnen Teilbereiche bzw. der einzelnen Verfahren dargestellt. Insbesondere bei der Extraktion der Schwankungsgrößen aus dem Quellgebiet sollte eine Zerlegung in aerodynamische und akustische Komponenten durchgeführt werden. Dabei wird zwischen dem Einströmrand des Quellgebietes und seinem Ausströmrand unterschieden, da eine Wirbelstärkewelle mit der mittleren Strömung konvektiert wird. Am Einströmrand wird der Informationstransport durch Interpolation der Schwankungsgrößen auf das CAA-Gitter realisiert. Am Ausströmrand wird anhand der Druckschwankungen im CFD-Gebiet ein analytisches Modell angepasst, welches die Schallquelle auf dem CAA-Gitter darstellt. Dies ermöglicht die Trennung von aerodynamischen und akustischen Schwankungen. Im Fall der ummantelten Gebläsestufe ist eine ebenso einfache wie auch eindeutige Trennung zwischen Ein- und Ausströmrand möglich. Da dies bei einer offenen Konfiguration nicht der Fall ist und weiterhin kein analytisches Modell für die Schallausbreitung im Freifeld zur Verfügung steht, wird hier ein anderer Kopplungsansatz favorisiert. Das Fernfeld wird direkt an das Quellgebiet angeschlossen. In gewisser Entfernung zu den rotierenden Schaufelreihen befindet sich die Integrationsfläche des Fernfeldverfahrens, eingebettet in das Rechengebiet

1 Einleitung

des CFD-Verfahrens. Eine physikalisch motivierte Zerlegung der Schwankungsgrößen in aerodynamische und akustische Anteile liegt für den Fall der offenen Gebläsestufe außerhalb des Rahmens dieser Arbeit. Auf der rotationssymmetrischen Integrationsfläche werden die Schwankungsgrößen aus dem rotierenden Rechengebiet des CFD-Verfahrens in eine Fourierreihe bezüglich der Umfangsrichtung entwickelt und in das ruhende Relativsystem übertragen. Mit Hilfe einer speziellen Formulierung des FW-H-Verfahrens werden die Schalldruckpegel im Fernfeld direkt anhand der Umfangskomponenten der Schwankungsgrößen auf der Integrationsfläche bestimmt.

In Kapitel 4 wird die Anwendung der beschriebenen hybriden Methode auf drei realistische Berechnungsfälle im Bereich der Triebwerksakustik dargestellt. Dies ist zum einen die Berechnung des Rotor-Stator Interaktionslärms der DLR-UHBR Gebläsestufe und seine Ausbreitung im Einlaufkanal, wo ein Vergleich mit experimentellen Daten durchgeführt wird. Weiterhin wird die Berechnung des Rotor-Stator Interaktionslärms einer Rolls-Royce Gebläsestufe und seine Ausbreitung im Nebenstromkanal beschrieben. Auch in diesem Fall kann ein Vergleich mit experimentellen Daten durchgeführt werden. Der dritte Anwendungsfall ist ein offener gegenläufiger Rotor. In diesem Fall wird die Berechnung der tonalen Schallerzeugung und die Schallabstrahlung ins Fernfeld beschrieben.

Kapitel 5 enthält eine Zusammenfassung, abschließende Bemerkungen und ein Ausblick auf das weitere Verbesserungspotential der hybriden Methode.

Nachdem in Kapitel 1 ein Überblick über hybride Verfahren in der Strömungsakustik im Allgemeinen und auch speziell für Probleme der Triebwerksakustik gegeben wurde, werden in diesem Kapitel die numerischen Verfahren vorgestellt, mit denen die Schallerzeugung bzw. Schallausbreitung in den Teilbereichen Quellgebiet, Ausbreitungsgebiet und Fernfeld berechnet wird (Abb. 2.1). Die einzelnen Gebiete bzw. Verfahren werden hier zunächst unabhängig voneinander betrachtet. Für jedes Verfahren wird der Mechanismus der Schallerzeugung, der Schallausbreitung und das reflexionsarme Austreten der Schallwellen aus dem Recheng Gebiet beschrieben.

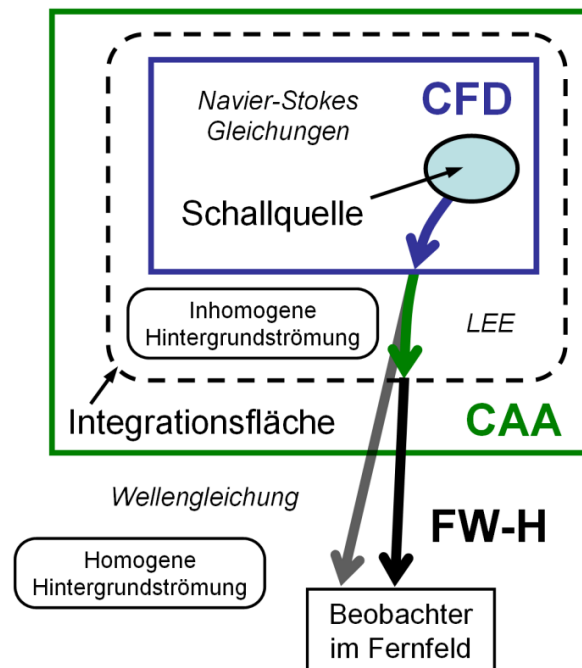


Abbildung 2.1: Das hybride Verfahren in schematischer Darstellung. Im Quellgebiet werden die kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen gekoppelt mit einem Turbulenzmodell durch ein CFD-Verfahren gelöst. Die Schallausbreitung auf einer inhomogenen Hintergrundströmung wird durch ein CAA-Verfahren als Lösung der linearisierten Eulergleichungen berechnet. Die Schallabstrahlung bis ins Fernfeld wird durch ein FW-H-Integralverfahren abgebildet.

2.1 Quellgebiet

2.1.1 Physikalischer Mechanismus der Schallerzeugung

Das Quellgebiet stellt definitionsgemäß den Strömungsbereich dar, in dem der Schall erzeugt wird. Je nachdem, welcher Quellmechanismus das Ziel einer Simulation ist, können dies unterschiedliche Bereiche der Turbomaschine sein. Zu den verschiedenen tonalen Schallquellen und dem Aufwand, welcher zu deren Berechnung betrieben werden muss sei auf Wilson und Coupland [129] verwiesen. Wird die Gebläsestufe stationär angeströmt und sind alle Blätter einer Schaufelreihe identisch, so werden nur bei der Blattfolgefrequenz (BPF) und ihren Harmonischen Töne angeregt. Trifft eine der beiden Annahmen nicht zu, werden auch bei den anderen Vielfachen der Wellendrehzahl, den sog. Engine Orders (EO), Töne erzeugt. Der tonale Lärm bei den Vielfachen der BPF kann, gemäß seiner Ursache, in Rotoreigenlärm und Interaktionslärm unterschieden werden. Der tonale Rotoreigenlärm beginnt, bei einer ummantelten Konfiguration, erst ab supersonischer Schaufelumströmung an Bedeutung zu gewinnen, im subsonischen Bereich ist dieser nicht ausbreitungsfähig (Tyler und Sofrin [114]). Ist die Gebläsestufe nicht ummantelt, so ist der Rotoreigenlärm grundsätzlich ausbreitungsfähig und trägt vor allem in der Rotorebene zur Schallabstrahlung bei (Moreau und Guérin [63]). Der Interaktionslärm setzt sich aus zwei Komponenten zusammen, die Interaktion der viskosen Nachläufe der ersten Schaufelreihe mit den Schaufeln der zweiten Schaufelreihe und die Interaktion des Potentialfeldes der einen Schaufelreihe mit den Blättern der anderen Schaufelreihe. Zur Berechnung des Interaktionslärms ist es also zunächst nötig, die im Relativsystem konstante Umströmung der Schaufelreihe zu bestimmen. Die Berechnung der Reibungseffekte in der unmittelbaren Nähe der Schaufeloberfläche und der Transport der dadurch entstehenden Quergradienten stromab der Schaufel stellen, mindestens im subsonischen Bereich, höhere Anforderungen an das Simulationsverfahren als die Berechnung des Potentialfeldes, da durch viskose Effekte sehr viel stärkere Gradienten auftreten. Im Folgenden wird daher hauptsächlich

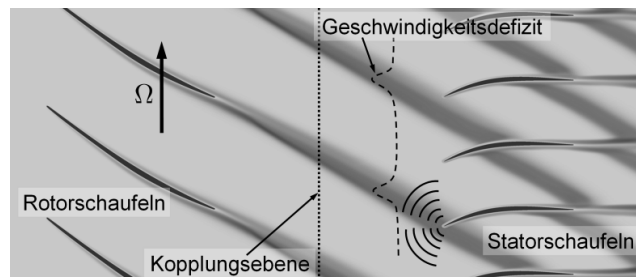


Abbildung 2.2: Die reibungsbehaftete Umströmung der Rotorschaufeln erzeugt ein Geschwindigkeitsdefizit, welches eine zeitlich schwankende Anströmung der Statoren darstellt. Dadurch werden dipolartige Druckschwankungen an den Vorderkanten der Statorschaufeln hervorgerufen.

auf die viskose Interaktion eingegangen. Das CFD-Verfahren muss in der Lage sein, sowohl den integralen Impulsverlust wie auch das Grenzschichtprofil über der Schaufel ausreichend genau vorherzusagen. Des weiteren sollte die Aufweitung der so entstandenen freien Scherschicht beim konvektiven Transport in Richtung der zweiten Schaufelreihe treffend beschrieben werden. Der Durchgang durch die Kopplungsebene zwischen den beiden Schaufelgittern stellt eine weitere Anforderung an das CFD-Verfahren, da hier durch die Relativbewegung der Gitterblöcke eine Interpolation der Strömungsgrößen zwischen den benachbarten Relativsystemen nötig ist. Die Relativbewegung muss zum einen zeitlich fein genug aufgelöst sein (Rumsey [82]), andererseits sollte die Interpolation konservativ¹ ausgeführt werden, da sie ein integraler Bestandteil des CFD-Verfahrens ist (Yang *et al.* [131]). Ist die Nachlaufdüse durch die Abfolge der oben genannten Verfahrensschritte bis an die Vorderkante der stromab liegenden Schaufel transportiert worden, stellt ihr Geschwindigkeitsdefizit eine zeitlich schwankende Anströmung der zweiten Schaufelreihe dar (Abb. 2.2). Durch die Fehlanströmung wird die Umlenkung der Strömung besonders im Bereich der Vorderkante zeitlich schwanken. Dieser Effekt spiegelt sich in schwankenden Oberflächendrücke in diesem Bereich wider. Die Schwankungen des Oberflächendrucks weisen Dipolcharakter auf. Die Dipole sind senkrecht zur Schaufeloberfläche orientiert (Abb. 2.3). Die Überlagerung der Vielzahl

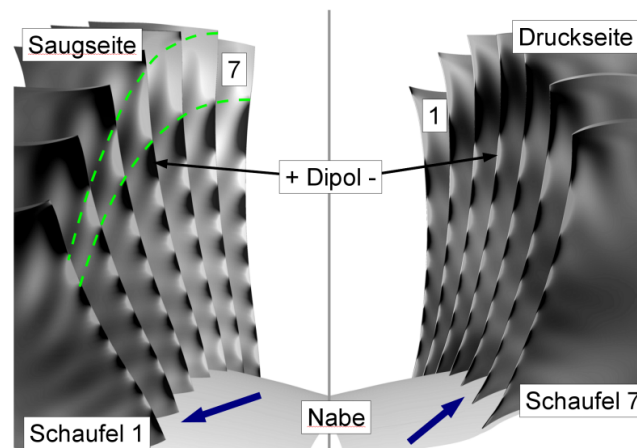


Abbildung 2.3: Momentanaufnahme der Druckschwankungen auf sieben Statorschaufeln. Auf der linken Seite der Blick auf die Saugseiten der Schaufeln, auf der rechten Seite sind die Druckseiten dargestellt. Sehr gut zu erkennen ist der radiale Verlauf der Druckmuster. Betrachtet man diesen zusammen mit deren Verlauf in Umfangsrichtung, lassen sich bereits die „Spinning modes“ erkennen, hier durch die grünen Linien skizziert.

dieser Dipolquellen kann, abhängig von deren Amplituden- und Phasenverlauf in radialer wie auch azimuthaler Richtung konstruktiv oder destruktiv erfolgen. D.h.,

¹Konservativität bedeutet im Zusammenhang mit numerischen Verfahren die Erhaltung der integralen Bilanzgrößen, wie Masse, Impuls und Energie.

nur ein Teil dieser Druckmuster überlagern sich zu Schallwellen, die sich ausbreiten. Ein Großteil der Schwankungsenergie verbleibt in der Nähe der Schaufeln und ist im Fernfeld nicht wahrnehmbar. Bei einer ummantelten Konfiguration steht in Form der Kanalmoden ein analytisches Modell zur Verfügung, welches eine einfache Trennung in ausbreitungsfähige und nicht ausbreitungsfähige Schallfeldstrukturen ermöglicht (Kap. A.3). Dieses lässt sich unter gewissen Annahmen auch auf offene Konfigurationen übertragen (Moreau und Guérin [63]). Die bis hier geschilderten Vorgänge beschreiben den Mechanismus der Schallerzeugung des Interaktionslärms.

Im Folgenden wird die initiale Schallausbreitung und die daraus resultierenden Anforderungen an das Simulationsverfahren beschrieben. Die mittlere Strömung in der Nähe der Schaufel ist stark inhomogen und insbesondere zwischen den Schaufelreihen stark verdreht. In diesem Bereich werden die Schallwellen an den Gradienten der mittleren Strömung gebrochen und an der benachbarten Schaufelreihe teilweise reflektiert sowie bei rotierenden Schaufelreihen in der Frequenz gestreut. Liegt eine transsonische Schaufelumströmung vor, werden die Schallwellen in bestimmten Bereichen zusätzlich von den Stößen blockiert. Haben die Schallwellen die unmittelbare Nähe der Gebläsestufe verlassen, können zuerst Reibungseffekte und alsbald auch Nichtlinearitäten vernachlässigt werden. Es wird hier von initialer Schallausbreitung gesprochen, da diese im selben Gebiet stattfindet wie die Schallerzeugung und auf vielfältige Weise mit den aerodynamischen Schwankungsgrößen interagiert. Aus den beschriebenen Gründen sollte die Schallerzeugung und die initiale Schallausbreitung gekoppelt mit einem CFD-Verfahren berechnet werden, zumindest wenn absolute Pegel das Ziel der Berechnung sind (Biedron *et al.* [6]). Zur Berechnung der initialen Schallausbreitung ist vor allem die Wahl eines geeigneten Rechengitters von Bedeutung. Neben gewissen Anforderungen an die Orthogonalität des Gitters und dessen Zellstreckung sind dabei besonders die Anzahl an Gitterpunkten pro Wellenlänge von Bedeutung. Da der Diskretisierungsfehler von der Wellenlänge abhängig ist und bei gegebenem Gitter mit kleiner werdender Wellenlänge zunimmt, muss bei der Erzeugung des Rechengitters sowohl das Diskretisierungsverfahren als auch die räumliche Struktur der zu erwartenden Schallwellen berücksichtigt werden. Da ein CFD-Verfahren gleichzeitig die aerodynamischen und die akustischen Effekte auflösen muss, kann dieses nur beschränkt auf eine möglichst effiziente Schallausbreitung hin optimiert werden. Für die Erzeugung eines geeigneten Rechengitters sind dennoch die selben Überlegungen hinsichtlich Dissipations- und Dispersionsverlauf hilfreich, die bei optimierten CAA-Verfahren getätigt werden (Kap. 2.2.2 oder Schnell [88, Kap. 3.2.1]). In der Literatur sind unterschiedliche Angaben zu der benötigten Auflösung für CFD-Verfahren zweiter Ordnung zu finden. Diese variieren je nach geforderter Genauigkeit und Ausbreitungsdistanz zwischen 20 und 50 Punkten pro Wellenlänge.

Außerhalb des Nahfeldes der Gebläsestufe wird das Recheng Gebiet durch Randbedingungen abgeschlossen. Diese müssen den Arbeitspunkt der Turbomaschine fixieren und ein möglichst reflexionsfreies Austreten der Schwankungsgrößen aus dem

Rechengebiet ermöglichen. Zum einen sind dies die Schallwellen und andererseits die Schaufelnachläufe, welche stromab konvektiert werden und den Rand des Rechengebiets passieren. Die Herleitung von reflexionsarmen Randbedingungen geht meist von linearen, reibungsfreien ein- oder bestenfalls zweidimensionalen Gleichungen aus (Giles [31]), was in der praktischen Anwendung häufig zu unakzeptable Reflexionen führen kann. Zur Reduzierung dieser Reflexionen werden oft so genannte „Bufferlayer“ zwischen dem inneren Rechengebiet und der Randbedingung eingesetzt. Ein „Bufferlayer“ ist ein Gitterbereich in dem durch gleichmäßige moderate Gitterstreckung die Auflösung des Rechengitters immer weiter reduziert wird. Dabei wird ausgenutzt, dass die Schallwellen mit sinkender Gitterauflösung zunehmend gedämpft werden. Dies wirkt sich sowohl auf die aus dem Gebiet heraus laufenden Wellen wie auch auf die Reflexionen aus, wodurch die Wirksamkeit der Randbedingung positiv beeinflusst wird [74, 87].

Der Bereich, wo die Schallwellen zur Weitergabe an das Ausbreitungsverfahren analysiert werden, sollte möglichst nah an der Gebläsestufe liegen, da die Berechnung der Schallausbreitung mit einem CFD-Verfahren in aller Regel sehr aufwändig und, verglichen mit einem CAA-Verfahren, ineffizient ist. Zur Analyse der Daten wird ein modaler Ansatz verwendet [6, 64, 82]. Details dazu werden in Kapitel 3.3 gegeben.

2.1.2 Numerische Umsetzung: das CFD-Verfahren TRACE

Mit dem Programmpaket TRACE² steht ein geeignetes CFD-Verfahren zur Berechnung der physikalischen Mechanismen des Quellgebiets zur Verfügung. Die Beschreibung des Verfahrens erfolgt in enger Anlehnung an die Arbeit von Schnell [88]. TRACE stellt bezüglich der verwendeten Algorithmen ein typisches CFD-Verfahren, basierend auf einem U-RANS-Ansatz, dar. Die Anwendbarkeit auf unterschiedliche strömungsmechanische Fragestellungen im Umfeld der Turbomaschine wurde in zahlreichen Veröffentlichungen bereits dokumentiert [23, 25, 65, 66, 86, 98, 130]. Das Finite-Volumen Verfahren ist blockstrukturiert und in eine parallele Umgebung eingebettet. Die Parallelisierung ist mit hoher Effizienz auch bei einem Einsatz auf mehreren hundert Prozessoren realisiert. Die Lösung der kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen erfolgt zeitgenau in einem allgemeinen, körperangepassten, krummlinigen und mitbewegten Koordinatensystem. Die Formulierungen sind u.a. von Engel [23] dokumentiert. Die Ortsdiskretisierung der konvektiven Terme erfolgt mit Hilfe eines MUSCL-Ansatzes zweiter Ordnung genau. Dieser Ansatz interpoliert zunächst die auf den Zellzentren definierten Strömungsgrößen auf die Seitenwände der Zelle. Zur Interpolation werden mehrere (in diesem Fall drei) benachbarte Gitterpunkte herangezogen, die den innerhalb einer Zelle linearen Verlauf der Strömungsgrößen bestimmen. In Gebieten, in denen der Verlauf der Strömungsgrößen aufgrund der physikalischen Gegebenheiten lokal starke Gradienten aufweist (beispielsweise

²Turbomachinery Research Aerodynamic Computational Environment

im Bereich von Verdichtungsstößen), erfolgt eine Begrenzung dieser Gradienten mit Hilfe so genannter Limiter-Funktionen (hier in der Formulierung nach van Albada, siehe z.B. [41]). Dies kommt zwar einer Reduzierung der Genauigkeit der Interpolation gleich, verleiht dem Verfahren jedoch die notwendige Robustheit. Mit den so interpolierten Werten wird der numerische Fluss durch die Zellwand in geeigneter Weise konstruiert. Die Diskretisierung der viskosen Flüsse erfolgt zentral und ebenfalls mit einer Genauigkeit zweiter Ordnung. Dabei wird hier von der so genannten „Thin-Layer-Approximation“ Gebrauch gemacht, welche die gemischten Ableitungen in Richtung der Hauptströmung vernachlässigt (Baldwin und Lomax [5]). Die Zeitintegration erfolgt implizit und wurde mit Hilfe eines Pseudo-Zeit Ansatzes zweiter Ordnung genau formuliert. Die Integration in das Verfahren wird von Nürnberger [65] beschrieben. Die Modellierung der Turbulenz erfolgt basierend auf dem $k - \omega$ Modell nach Wilcox [128] mit verschiedenen turbomaschinenspezifischen Erweiterungen, welche von Kügeler [50] dokumentiert wurden. Neben einer Low-Reynolds-Version stellt das Modell Wandfunktionen zur Verfügung, falls die Grenzschicht nahe fester Oberflächen nicht ausreichend durch das Rechenetz aufgelöst wird. An den Ein- und Austrittsrändern des Rechengebietes kommen so genannte nicht-reflektierende Randbedingungen zum Einsatz, deren Implementierung und Anwendung von Engel [23] beschrieben wird (Abb. 2.4). Neben den oben genannten algorithmischen

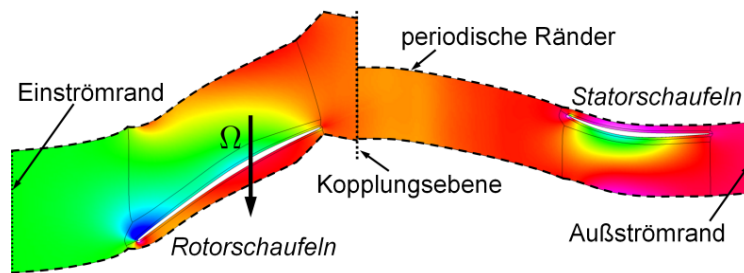


Abbildung 2.4: Typisches Rechengebiet des CFD-Verfahrens. Links der Kopplungsebene sind die bewegten Blöcke des Rotorsystems, rechts die ortsfesten Blöcke des Statorsystems dargestellt. Die Kopplungsebene und die periodischen Rändern werden im RANS bzw. URANS Modus durch entsprechende Randbedingungen realisiert.

Merkmale weist das Verfahren zahlreiche Eigenschaften auf, die speziell auf einen Einsatz in der Turbomaschine abgestimmt sind. Dazu gehört beispielsweise eine konservative und zweiter Ordnung genaue Kopplung beliebiger unstrukturierter Blockgrenzen mit Hilfe eines so genannten zonalen Ansatzes (Yang *et al.* [130]). Darüber hinaus ist ein Aeroelastikmodul zur gekoppelten Berechnung des Strömungs- und des Strukturproblems für den Fall selbst- und zwangserregter Schaufelschwingungen verfügbar (Schmitt [86]). Zur realistischen Berechnung der Schallerzeugung ist es unverzichtbar, die tatsächlichen Schaufelzahlverhältnisse in der Simulation abzubilden. Bei Verwendung von direkt periodischen Randbedingungen in Umfangsrichtung würde dies, aufgrund der typischen Schaufelzahlverhältnisse von z.B. 22/38 oder

20/42, die Vernetzung einer Vielzahl von Schaufelpassagen erfordern. Mit dem Ziel der Reduzierung des Rechenaufwands wurde eine spezielle Form der periodischen Randbedingung entwickelt (Gerolymos *et al.* [30], He [38]). Diese ermöglicht es die Vernetzung der Gebläsestufe auf jeweils eine Schaufelpassage einzuschränken und trotzdem sämtliche tonale Interaktionseffekte mit der Simulation zu erfassen. Die „Phase-shift“ Randbedingung wurde von Schnell [88] in das CFD-Verfahren TRACE implementiert. Die hohe Qualität der Ergebnisse des Gesamtverfahrens bei Anwendung auf verschiedene akustische Fragestellungen wurde durch den Vergleich mit experimentellen Daten demonstriert (Schnell [87]).

2.2 Ausbreitungsgebiet

2.2.1 Physikalische Mechanismen der Schallausbreitung

Das Ausbreitungsgebiet bezeichnet einen Bereich, in dem sich die Schallwellen auf einer inhomogenen Hintergrundströmung ausbreiten, der Reibungseinfluss auf die Schwankungsgrößen vernachlässigt werden kann und keine Schallerzeugung stattfindet. In diesem Bereich werden die Eulergleichungen zur Modellierung der Schallausbreitung verwendet. So kann der Einfluss der Gradienten der mittleren Strömung und eventuell vorhandener Wände auf die Schallausbreitung berücksichtigt werden. Prinzipiell kann das Ausbreitungsgebiet in einen linearen Bereich und einen Bereich mit nichtlinearen Einflüssen unterteilt werden. Je nachdem, wie sich der Bereich nichtlinearer Effekte mit dem reibungsfreien Bereich überlappt, ist es effizienter, im Ausbreitungsgebiet ein nichtlineares Modell zu verwenden oder den nichtlineare Bereich mit im Quellgebiet zu erfassen (Abb. 3.1). Letztere Vorgehensweise wird im Rahmen dieser Arbeit favorisiert, da hauptsächlich subsonische Betriebszustände betrachtet werden und das Gebiet, in dem nichtlineare Effekte auf die Schwankungsgrößen vorhanden sind, auf die unmittelbare Nähe der Gebläsestufe beschränkt bleibt. Im Ausbreitungsgebiet werden die Eulergleichungen, linearisiert um die zeitlich konstante Grundströmung, gelöst. Für den Fall der Lärmerzeugung durch die Gebläsestufe einer ummantelten Turbomaschine gehören zum Ausbreitungsgebiet die an die Gebläsestufe anschließenden Kanalsektionen (Einlauf- und Nebenstromkanal) und der Bereich stark inhomogener Hintergrundströmung außerhalb der Turbomaschine. Insbesondere bei hohen Triebwerksdrehzahlen und geringen Anströmgeschwindigkeiten können die entstehenden Gradienten der mittleren Strömung in der Nähe des Triebwerkseinlaufs die Schallabstrahlung erheblich beeinflussen (Weckmüller *et al.* [123]). Dies trifft ebenso auf die Schallabstrahlung aus dem Nebenstromkanal zu; hier sollte die Beeinflussung durch die freien Scherschichten berücksichtigt werden (Richards *et al.* [78] oder Tester *et al.* [113]). Eine Frequenzstreuung durch die turbulente Scherschicht, das so genannte „Hay-stacking“, wird im Rahmen dieser Arbeit nicht betrachtet. Im Fall einer offenen Konfiguration wird meist auf die Verwendung eines Ausbreitungsgebietes im hier beschriebenen Sinne verzichtet und das Fernfeld direkt an das Quellgebiet gekoppelt (z.B. Peters und Spakovszky [72] oder Schnell *et al.* [89]).

Unter gewissen vereinfachenden Annahmen können analytische Modelle zur Beschreibung der Schallausbreitung in den Kanalsektionen einer ummantelten Turbomaschine hergeleitet werden (Cooper und Peake [13], Rienstra [80], siehe auch Kap. A.3). Insbesondere im Einlaufkanal liefern diese gute Ergebnisse, da dort die Voraussetzungen für die Gültigkeit des analytischen Modells kaum verletzt werden: Eine axialsymmetrische und in axialer Richtung nur langsam veränderliche Querschnittsfläche und eine mittlere Strömung frei von Quergradienten. Für die Berechnung des so genannten „Turning-Point“ Phänomens zeigt der Vergleich des analytischen Modells und einer numerisch berechneten Lösung eine sehr gute Übereinstimmung (Ovenden *et al.* [67]). Prinzipiell ist die Herleitung eines analytischen Modells auch für beliebige Querschnittsflächen möglich, allerdings muss dieses numerisch ausgewertet werden und die Implementierung geht mit erheblichen Schwierigkeiten einher (Rienstra [81]). Für qualitative Untersuchungen bestimmter Phänomene sind analytische Modelle auch heute noch von großem Nutzen, da sie sehr schnell zu berechnen sind und so die Bewertung eines großen Parameterraums ermöglichen. Von Cooper *et al.* [11, 12] werden die analytischen Modelle z.B. zur Beschreibung akustischer Resonanzen im Einlaufkanal verwendet.

Für eine möglichst realitätsnahe Berechnung der Schallausbreitung und Schallabstrahlung von der Triebwerksgondel ist die Berücksichtigung der gekrümmten Gebietsberandung und der damit einhergehenden inhomogenen mittleren Strömung notwendig. Eine analytische Lösung der Eulergleichungen ist unter diesen Bedingungen nicht mehr möglich. Das entstehende Gleichungssystem muss numerisch gelöst werden, wobei die oben genannte analytische Lösung häufig zur Beschreibung der Schallquelle und zur Analyse der Ergebnisse verwendet wird.

2.2.2 Numerische Umsetzung: das CAA-Verfahren PIANO

In der praxisnahen Anwendung von CAA-Verfahren im Bereich der Triebwerksakustik ist für eine ausreichende Ergebnissqualität eine dissipations- und dispersionsarme Ausbreitung der Schallwellen über viele Wellenlängen notwendig (Tam [107]). Zur effizienten numerischen Berechnung der Schallausbreitung wurden in den vergangenen Jahrzehnten verschiedene Optimierungen an den Methoden zur Orts- und Zeitdiskretisierung der linearisierten Eulergleichungen (LEE) veröffentlicht. Eine detaillierte Darstellung der verschiedenen optimierten Methoden würde den Rahmen dieser Arbeit übersteigen und wurde bereits an anderer Stelle gegeben, z.B. von Bailly und Bogey [4] oder von Schönwald [90]. Eine geeignete Kombination dieser optimierten Methoden ergibt dann ein CAA-Verfahren zur effizienten Berechnung der Schallausbreitung. Wesentlich dafür ist die Abstimmung des Rechengitters auf die verwendeten Methoden zur Zeit- und Ortsdiskretisierung gemeinsam mit einer geeigneten Methode zur Entfernung instabiler Lösungsanteile. In Abbildung 2.5 sind die wesentlichen Elemente eines CAA-Ansatzes am Beispiel der Berechnung der Schallausbreitung und Schallabstrahlung von einem Triebwerkseinlauf skizziert.

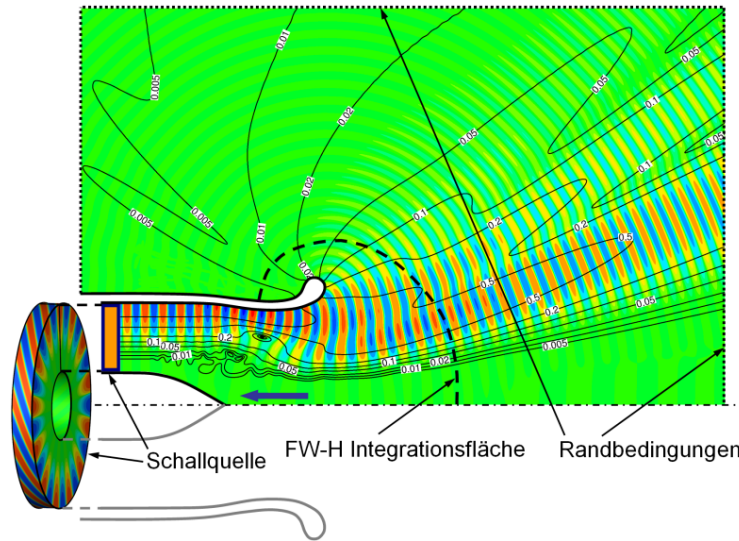


Abbildung 2.5: Schematische Darstellung des CAA-Ansatzes anhand des Beispiels der Schallausbreitung in einem Triebwerkeinlauf und der Schallabstrahlung in das Freifeld. Die Schallquelle wird aus der vorhergehenden CFD-Simulation bestimmt. Die Schwankungsgrößen auf der Integrationsfläche werden zur Fernfeldabstrahlung an das FW-H-Verfahren übergeben.

Im Rahmen dieser Arbeit wird das DLR-eigene CAA-Verfahren PIANO³ [17] zur numerischen Berechnung der Schallausbreitung verwendet. Dieses weist im Sinne der verwendeten Methoden große Ähnlichkeit mit dem Verfahren von Schönwald [90] auf. Die im Zusammenhang dieser Arbeit wesentlichen Komponenten des Verfahrens sind: Der hinsichtlich der Erhaltung der Dispersionsrelation optimierte finite Differenzenstern (DRP) nach Tam und Webb [109] und das unter selbiger Zielstellung optimierte Zeitintegrationsverfahren (LDDRK) nach Hu *et al.* [43]. Zur Entfernung der instabilen kurzweiligen Lösungsanteile wird ein expliziter Filter sechster oder achter Ordnung verwendet. Zur Realisierung der Schallquelle in einem CAA-Verfahren im Bereich der Turbomaschinenakustik hat sich ein modaler Ansatz als Quasistandard etabliert [9, 70, 78, 134]. Anhand des analytischen Modells der Kanalmoden⁴ werden sämtliche Schwankungsgrößen in einem Randbereich des CAA-Gebiets vorgegeben. Zum Abschluss des Rechengebiets werden die Abstrahl- oder die Ausströmrandbedingung von Tam und Webb [109] verwendet. Diese können bei der Verwendung im Kanal, insbesondere für Moden nahe an der Cut-off Grenze, starke Reflexionen erzeugen. Daher wird die eigentliche Randbedingung, wie auch schon im Quellgebiet, von einem „Bufferlayer“ unterstützt. Ein „Bufferlayer“ verbessert die reflexionsarme Randbedingung, indem durch Vergrößerung des

³Perturbation Investigation of Aerodynamic Noise

⁴Details zum verwendeten analytischen Modell werden in Kapitel A.3 gegeben.

Rechengitters die numerische Dämpfung erhöht wird. Zusätzlich können noch so genannte „Spongelayern“ eingesetzt werden, welche eine weitere Verbesserung der Randbedingung bewirken. Im Unterschied zu den „Bufferlayern“ erhöhen die so genannten „Spongelayern“ die numerische Dämpfung direkt, indem der Lösungsvektor des Gleichungssystems nach jedem Zeitschritt manipuliert wird (z.B. Chen *et al.* [9]). Dasselbe Verfahren wird auch zur Einkopplung der Schallquelle verwendet, wobei die Zielfunktion dann nicht der Nullvektor sondern das Schwankungsfeld der vorzugebenden Schallquelle ist. Für einen Überblick verschiedener Ansätze zur Dämpfung auslaufender Wellen sei auf Richards *et al.* [79] verwiesen.

2.3 Fernfeld

Mit steigendem Abstand zum Quellgebiet vergleichmäßig sich die Hintergrundströmung zunehmend. Der Rand des Ausbreitungsgebietes wird so platziert, dass in diesem Bereich der Einfluss der Inhomogenitäten der Hintergrundströmung auf die Schallausbreitung vernachlässigbar ist. Bei der Berechnung typischer Fragestellungen der Turbomaschinenakustik befindet sich der Rand des Ausbreitungsgebietes noch nicht im Fernfeld der Turbomaschine. Häufig reicht der Rand des Ausbreitungsgebietes zwar in das akustische Fernfeld, jedoch nicht in das geometrische Fernfeld hinein. Aufgrund der homogenen Hintergrundströmung kann die Schallausbreitung durch die konvektive Wellengleichung beschrieben werden. Da diese eine analytische Lösung besitzt, können die Schallwellen unter Verwendung eines Integralverfahrens (gitterfrei) bis ins Fernfeld ausgebreitet werden. Der Rechenaufwand für die Fernfeldintegration ist dabei, anders als bei CFD und CAA-Verfahren, unabhängig von der Ausbreitungsentfernung.

Die Verwendung von Integralverfahren zur Vorhersage der Druckpegel im Fernfeld geht auf Lighthill [54] zurück. Aus den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls kann ohne vereinfachende Annahmen eine inhomogene Wellengleichung hergeleitet werden. Der Schalldruck im Fernfeld ergibt sich aus einer Volumenintegration der Quellterme über das Quellgebiet. Durch vereinfachende Abschätzungen konnten so grundsätzliche Erkenntnisse über die Schallerzeugung von Freistrahlen gewonnen werden (Lighthill [55]). Von Ffowcs-Williams und Hawkings [29] wurde unter Verwendung der Theorie der Distributionen⁵ ein Integralverfahren zur Berechnung der Schallerzeugung von beliebig bewegten festen Wänden hergeleitet. Sowohl die resultierende Wellengleichung als auch deren Lösung wird als FW-H-Gleichung bezeichnet. Das Zeitsignal des Drucks im Fernfeld ergibt sich als Summe von zwei Integralen über die festen Oberflächen und einem Integral über das umgebende Volumen. Eine Erweiterung der FW-H-Gleichung auf beliebige (durchströmte) Integrationsflächen ist sehr einfach möglich (Brentner und Farassat [7]). Wird als Integrationsfläche jedoch, wie ursprünglich von Ffowcs-Williams und Hawkings

⁵Die Theorie der Distributionen ermöglicht es, Ableitungen von Funktionen zu bestimmen, die im klassischen Sinn nicht differenzierbar sind.

vorgeschlagen, die Oberfläche eines festen Körpers verwendet, können die verschiedenen Integrale physikalisch interpretiert werden. Der Dickenlärm resultiert aus der Verdrängungswirkung des bewegten Körpers und besitzt Monopolcharakter. Das zweite Flächenintegral stellt die Schallerzeugung aufgrund zeitlich schwankender Oberflächenkräfte dar und wird daher als Kraftlärm bezeichnet. Dieser weist Dipolcharakter auf. Das Volumenintegral repräsentiert u.a. die Schallerzeugung durch turbulenten Mischungsprozesse, stellt die Schallbrechung an der mittleren Strömung und nichtlineare Effekte dar. Es weist Quadrupolcharakter auf und sollte nicht vernachlässigt werden, wenn als Integrationsfläche die Oberfläche eines festen Körpers verwendet wird. Da die Volumenintegration sehr rechenzeitintensiv ist, wird häufig eine durchströmte Integrationsfläche in gewisser Entfernung zum Quellgebiet verwendet. Die Lärmerzeugung durch die quadrupolartigen Quellen innerhalb der Fläche ist dann in den Schwankungsgrößen auf der Integrationsfläche enthalten (Brentner und Farassat [7]). Die Quadrupolquellen außerhalb der Fläche werden dabei vernachlässigt (Schnell *et al.* [89], Stürmer und Yin [106]).

Ein alternatives Integralverfahren zur Vorhersage des Fernfeldschalls ist die Kirchhoffmethode, deren Herleitung direkt auf der Wellengleichung basiert und kein Volumenintegral enthält. Der Nachteil dieser Methode ist jedoch, dass die Schwankungsgrößen auf der Integrationsfläche, anders als bei dem FW-H-Ansatz, die Wellengleichung erfüllen müssen und die Integrale keine physikalische Interpretation besitzen. Bei der Kirchhoffmethode sollte sich die Integrationsfläche daher im linearen Strömungsbereich⁶ befinden, da sonst erhebliche Fehler bei der Bestimmung des Fernfelddrucks entstehen können. Nach einem detaillierten Vergleich beider Verfahren sprechen sich Brentner und Farassat [7] deutlich für die Verwendung der FW-H-Gleichung aus (siehe auch Farassat [28]). Ähnlich schließt Lyrintzis [57] seine ausführliche Darstellung verschiedener Verfahren zur Fernfeldprojektion von CFD-Ergebnissen. Singer *et al.* [101] zeigen die Vorteile der FW-H-Gleichung anhand einer konkreten Anwendung auf. Bei der Berechnung der Schallerzeugung eines umströmten Zylinders mit verschiedenen positionierten durchlässigen Integrationsflächen variieren die Ergebnisse der Kirchhoffgleichung deutlich zwischen den verschiedenen Flächen. Dies wird auf die Konvektion aerodynamischer Schwankungen über die Integrationsfläche zurück geführt. Es kann gezeigt werden, dass beide Methoden identische Ergebnisse liefern, wenn sich die Integrationsfläche im linearen Strömungsbereich befindet (Brentner und Farassat [7]).

Die ursprüngliche Formulierung der FW-H-Gleichung sieht eine beliebig bewegte Fläche in einem ruhenden Medium mit ortsfestem Beobachter vor. Dies entspricht der Situation eines Beobachters am Boden, welcher von einem Flugzeug überflogen wird. Häufig sind jedoch die Schallpegel für mitbewegte Beobachter von

⁶Der Begriff des „linearen Strömungsbereichs“ wird von Brentner und Farassat [7] verwendet um den Gültigkeitsbereich der Wellengleichung zu charakterisieren. In diesem Bereich sind die Schwankungen der Zustandsgrößen klein genug, so dass eine Linearisierung der Erhaltungsgleichungen zulässig ist.

Interesse, z.B. bei der Berechnung des Kabinenlärms im Reiseflug. Dieses Szenario ist identisch mit dem Fall von ruhender Fläche und ruhendem Beobachter, wobei beide homogen angeströmt werden, z.B. bei einer Messung im Windkanal. Beide Fälle können mit der ursprünglichen FW-H-Formulierung berechnet werden, indem der Beobachter in jedem Zeitschritt versetzt wird. Zur Reduktion des Rechenaufwands für den Fall des mitbewegten Beobachters haben Wells und Han [127] eine konvektive FW-H-Formulierung hergeleitet, bei der die Integrationsfläche und der Beobachter gleichförmig angeströmt werden. Bei ihrer Herleitung gehen Wells und Han von einer undurchlässigen Integrationsfläche aus, d.h. die flächige Quellverteilung wird über die feste Oberfläche der Propellerschaufeln integriert. Analog zu der Formulierung von Wells und Han hat Wellner [126] eine konvektive FW-H-Gleichung für durchlässige Integrationsflächen hergeleitet (Abb. 2.6). Diese

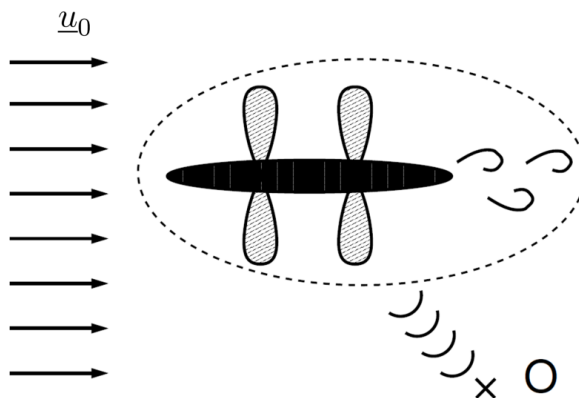


Abbildung 2.6: Fernfeldprojektion am Beispiel offener gegenläufiger Rotoren. Die Integrationsfläche und der Beobachter sind derselben Anströmung ausgesetzt und bewegen sich nicht relativ zueinander.

wurde, einer Begriffsbildung von Di Francescantonio [19] folgend, als konvektive Kirchhoff-Ffowcs-Williams und Hawkings Gleichung (kKFW-H) bezeichnet, um die Durchströmung der Integrationsfläche zu betonen. Da bei der Herleitung der Kirchhoffgleichung und der FW-H-Gleichung grundsätzlich unterschiedliche Wege beschritten werden und die resultierenden Formulierungen auch verschiedene Eigenschaften und Einschränkungen bei der Anwendung haben, ist von einer Kombination beider Bezeichnungen eher abzuraten. Durch die Verwendung einer durchströmten Integrationsfläche sind die Quadrupolterme im eingeschlossenen Volumen automatisch in den Quelltermen auf der Integrationsfläche enthalten, weswegen das Volumenintegral vernachlässigt wird. Im Folgenden wird die konvektive FW-H-Formulierung von Wellner [126] kurz dargestellt.

2.3.1 Konvektives FW-H-Verfahren im Zeitbereich

Ausgehend von den Erhaltungsgleichungen für Masse und Impuls wird eine inhomogene, konvektive Wellengleichung hergeleitet, deren allgemeine Lösung von Michalke und Michel [60] dokumentiert wurde. Durch diese kann die Lösung der FW-H-Gleichung in Integralform formuliert werden. Der Zeitverlauf des Drucks außerhalb der durchströmten Integrationsfläche S ergibt sich zu:

$$4\pi p'(\underline{x}, t) = \frac{\partial}{\partial t} \int_S \left[\frac{\rho_0 \underline{u}_0 \underline{u}' \cdot \underline{\Gamma}_1 + (\rho_0 \underline{u}' + \rho' \underline{u}_0) (c_0 - \underline{u}_0 \cdot \underline{\Gamma}_1) + p' \underline{\Gamma}_1}{c_0 R_e D_f} \cdot \underline{n} \right]_{\tau} dS \\ + \int_S \left[\frac{\rho_0 \underline{u}_0 \underline{u}' \cdot \underline{\Gamma}_2 - (\rho_0 \underline{u}' + \rho' \underline{u}_0) \underline{u}_0 \cdot \underline{\Gamma}_2 + p' \underline{\Gamma}_2}{R_e^2 D_f^2} \cdot \underline{n} \right]_{\tau} dS. \quad (2.1)$$

Das zweite Integral stellt hierbei eine Nahfeldkorrektur dar, welche im Fernfeld keinen Beitrag liefert. Formulierung (2.1) ist gültig unter den Annahmen, dass keine Relativbewegung zwischen der Integrationsfläche S und dem Beobachter \underline{x} vorliegt, die Quadrupolquellen außerhalb der Fläche S vernachlässigt werden können und eine homogene Strömung \underline{u}_0 außerhalb von S vorherrscht. Das Flächenelement der Integrationsoberfläche wird durch (\underline{y}, τ) beschrieben, wobei $\underline{y} = (y_1, y_2, y_3)$ die kartesischen Koordinaten des Flächenelements bezeichnen und τ die retardierte Zeit. Der Beobachter befindet sich an der Position (\underline{x}, t) , siehe Abbildung 2.7. Der Dopplerfaktor D_f , der Emissionsradius R_e und die Vektoren $\underline{\Gamma}_1$ und $\underline{\Gamma}_2$ werden weiter unten definiert. Die Details der Herleitung der konvektiven FW-H-Formulierung können bei Wellner [126] eingesehen werden. Die Strecke von einem Quellpunkt auf der Integra-

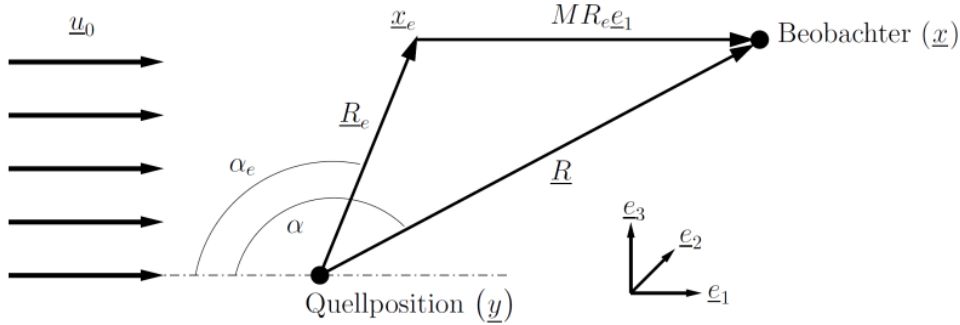


Abbildung 2.7: Die Emissionskoordinaten werden ausgehend von Beobachter und Quellposition zur Berücksichtigung des konvektiven Effekts der mittleren Strömung auf die Schallausbreitung definiert.

tionsfläche zum Beobachter ist durch den geometrischen Beobachtervektor

$$\begin{aligned}\underline{R} &= \underline{x} - \underline{y} \\ &= (x_1 - y_1)\underline{e}_1 + (x_2 - y_2)\underline{e}_2 + (x_3 - y_3)\underline{e}_3 \\ &= r_1\underline{e}_1 + r_2\underline{e}_2 + r_3\underline{e}_3\end{aligned}$$

definiert. Der konvektive Effekt der mittleren Strömung auf die Schallausbreitung wird durch den Übergang zu den Emissionskoordinaten berücksichtigt (Abb. 2.7). Zur Vereinfachung wird im Folgenden davon ausgegangen, dass die mittlere Strömung ausschließlich in \underline{e}_1 -Richtung verläuft. Der Emissionsvektor ergibt sich damit zu:

$$\begin{aligned}\underline{R}_e &= \underline{x}_e - \underline{y} \\ &= (r_1 - MR_e)\underline{e}_1 + r_2\underline{e}_2 + r_3\underline{e}_3.\end{aligned}$$

Ausgehend von den Beträgen der Vektoren \underline{R} und \underline{R}_e ergeben sich verschiedenen Zusammenhänge. Eine kurze Nebenrechnung dazu ist in Kapitel B.1 zu finden. Schlussendlich folgt:

$$\begin{aligned}R_e &= \frac{R^* - Mr_1}{1 - M^2}, \\ R^* &= \sqrt{r_1^2 + (1 - M^2)(r_2^2 + r_3^2)}, \\ R_e D_f &= R^*.\end{aligned}$$

Die außerdem in Gleichung (2.1) vorkommenden räumlichen Ableitungen der Emissionsradien R_e und R^* sind wie folgt definiert:

$$\underline{\Gamma}_1 = \begin{pmatrix} \partial R_e / \partial x_1 \\ \partial R_e / \partial x_2 \\ \partial R_e / \partial x_3 \end{pmatrix}, \quad \underline{\Gamma}_2 = \begin{pmatrix} \partial (R_e D_f) / \partial x_1 \\ \partial (R_e D_f) / \partial x_2 \\ \partial (R_e D_f) / \partial x_3 \end{pmatrix}.$$

Unter der vereinfachenden Annahme, dass das Koordinatensystem an der Grundströmung ausgerichtet ist ($\underline{u}_0 = u_0 \underline{e}_1$), ergeben sich diese zu:

$$\underline{\Gamma}_1 = \frac{1}{R^*} \begin{pmatrix} \frac{r_1 - MR^*}{1 - M^2} \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix}, \quad \underline{\Gamma}_2 = \frac{1}{R^*} \begin{pmatrix} r_1 \\ (1 - M^2)r_2 \\ (1 - M^2)r_3 \end{pmatrix}.$$

Eine ausführliche Validierung der Methode anhand von Monopol-, Dipol- und Quadrupolschallquellen wurde von Wellner [126] durchgeführt. In Abbildung 2.8 ist das Druckfeld in der Umgebung eines Monopols dargestellt, welcher mit verschiedenen Geschwindigkeiten angeströmt wird. Zur genaueren Analyse der Ergebnissqualität des Verfahrens wurde eine Studie zur Fehlerkonvergenz durchgeführt, wobei die räumliche Auflösung der Integrationsfläche variiert wurde. Als Schallquelle wurde wiederum ein Monopol verwendet, da für diese einfache Schallquelle eine geschlossene Lösung an beliebigen Beobachterpositionen bekannt ist. Von Levine [52] wurde die analytische Lösung in Form des akustischen Potentials veröffentlicht, siehe Kapi-

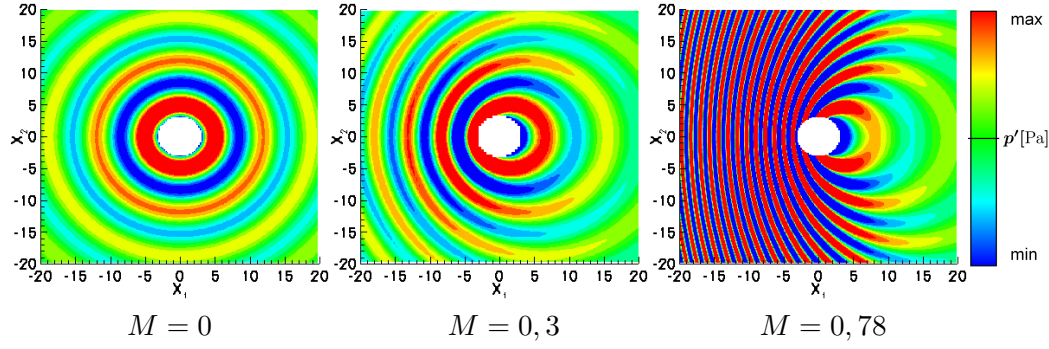


Abbildung 2.8: Instantanes Druckfeld eines Monopols bei verschiedenen Machzahlen der Anströmung. Der Monopol befindet sich im Koordinatenursprung. Der Bereich innerhalb der Integrationsfläche ist weiß dargestellt.

tel B.2. Aus diesem lassen sich die auf der Integrationsoberfläche benötigten Felder des Drucks, der Dichte und der Schallschnelle bestimmen. Die Frequenz des Monopols, die Entfernung zwischen Beobachter und Quelle, der Durchmesser der Integrationsfläche und die Machzahl der Anströmung werden im Rahmen der Studie zur Fehlerkonvergenz nicht verändert. In Abbildung 2.9 ist der relative Fehler über der Maschenweite der diskretisierten Integrationsfläche dargestellt. Aufgrund der doppelt

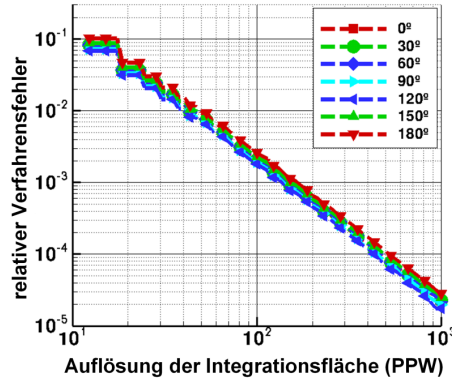


Abbildung 2.9: Der relative Fehler zwischen der analytischen und der numerischen Lösung (Abb. 2.8, $M = 0,78$) an verschiedenen Beobachterpositionen aufgetragen über der dimensionslosen Gitterauflösung der Integrationsfläche in Punkten pro Wellenlänge (PPW).

logarithmischen Auftragung der Daten erscheint der Fehlerverlauf linear. Anhand der Geradensteigung ist ein quadratischer Konvergenzverlauf des Verfahrens abzulesen. D.h., die FW-H-Formulierung besitzt einen Verfahrensfehler von der Ordnung $\mathcal{O}(2)$. Der treppenartige Fehlerverlauf in Abbildung 2.9 bei kleinen Auflösungen resultiert aus einem Darstellungsfehler aufgrund der geringen Maschenzahl auf der Integrationsfläche.

2.3.2 Konvektives FW-H-Verfahren im Frequenzbereich

Für die Behandlung tonaler Phänomene ist die Verwendung einer FW-H-Formulierung im Frequenzbereich von großem Vorteil, da dies eine erhebliche Reduktion der Rechenzeit bei gleichzeitiger Erhöhung der Genauigkeit ermöglicht. Im Folgenden wird ausgehend von periodischen Zeitsignalen auf der Integrationsfläche die konvektive FW-H-Formulierung (Gl. (2.1)) in den Frequenzbereich übertragen. Dabei wird das Nahfeldintegral (der zweite Teil von Gleichung (2.1)) zu Gunsten von Klarheit und Kürze der Darstellung vernachlässigt. Der Zusammenhang zwischen Zeitverlauf und komplexer Amplitude einer beliebigen Feldgröße ist wie folgt definiert:

$$\phi'(\underline{y}, \tau) = \hat{\phi}(\underline{y})e^{-i\omega\tau},$$

wobei $\tau = t - R_e/c_0$ der retardierten Zeit entspricht. Die Zeitableitung kann dann analytisch ausgewertet werden und entspricht im Frequenzbereich einer komplexen Multiplikation mit der Kreisfrequenz:

$$\frac{\partial}{\partial t}[\hat{\phi}]_\tau = -i\omega\hat{\phi}e^{-i(\omega t - kR_e)}, \quad \text{mit} \quad k = \frac{\omega}{c_0}.$$

Die konvektive FW-H-Formulierung im Frequenzbereich ergibt sich zu:

$$\hat{p}(\underline{x}, k) = \frac{-ik}{4\pi} \int_S \left(\frac{\rho_0 \underline{u}_0 \hat{\underline{u}} \cdot \underline{\Gamma}_1 + (\rho_0 \hat{\underline{u}} + \hat{\rho} \underline{u}_0)(c_0 - \underline{u}_0 \cdot \underline{\Gamma}_1) + \hat{p} \underline{\Gamma}_1}{R_e D_f} \right) \cdot \underline{n} e^{ikR_e} dS. \quad (2.2)$$

Diese einfache Transformation der Gleichung in den Frequenzbereich ist möglich, da sich die Position des Beobachters \underline{x} relativ zu der Integrationsfläche S zeitlich nicht ändert und daher die geometrischen Größen nicht von der Zeit abhängen.

2.3.3 Positionierung der Integrationsfläche

Aufgrund der üblicherweise eingeschränkten Ressourcen bei der Anwendung von CFD- und CAA-Verfahren ist die konkrete Positionierung der Integrationsfläche stets ein Kompromiss zwischen verschiedenen Faktoren. Wird die klassische Formulierung von Ffowcs-Williams und Hawkings [29] verwendet, gibt es keine Freiheiten bei der Wahl der Integrationsfläche, da diese mit der festen Körperoberfläche zusammenfällt. Damit das Verfahren formal korrekte Ergebnisse liefert, muss das Volumen, über welches der Quadrupolterm integriert wird, das gesamte Quellgebiet überspannen. Wird nun die Integrationsfläche von der Körperoberfläche gelöst und zunehmend von dieser entfernt, so wird das Volumen, über welches der Quadrupolterm integriert wird, in selbem Maße kleiner, bis dieses letztendlich keinen Beitrag mehr zum Fernfeldschall liefert. D.h., wird die Integrationsfläche groß genug gewählt, so wird durch die Flächenintegrale das Drucksignal im Fernfeld vollständig und exakt beschrieben (Brentner und Farassat [7]). Die Schwankungsgrößen müssen allerdings von dem Feldverfahren (CFD oder CAA) bis zur Integrationsfläche transportiert werden, was erhebliche Anforderungen an das Feldverfahren stellt. Häufig wird

bei der Implementierung der FW-H-Gleichung der Quadrupolterm vernachlässigt, da die numerische Auswertung eines Volumenintegrals von instationären Daten einen hohen Einsatz an Rechenzeit erfordert. In Abbildung 2.10 ist der qualitative Verlauf des Verfahrensfehlers über die Entfernung zur Quelle aufgetragen. Der

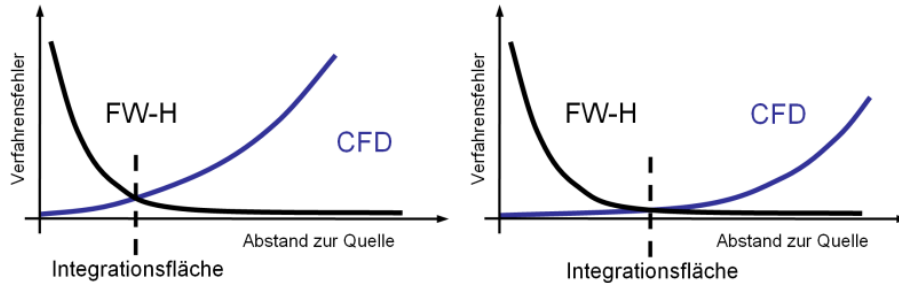


Abbildung 2.10: Der qualitative Verfahrensfehler des Feldverfahrens (hier beispielhaft CFD) und des FW-H-Verfahrens ist über den Abstand zur Quelle aufgetragen. Der Verlauf des CFD-Fehlers ist hauptsächlich durch ein geeignetes Rechengitter festgelegt (linke Seite zu grob). In beiden Fällen ist die optimale Position der Integrationsfläche skizziert.

Fehler des CFD-Verfahrens nimmt mit steigendem Abstand von der Quelle zu, da sich der Dissipations- und Dispersionsfehler durch die typischerweise vorhandene Gitterstreckung verstärkt und über die bereits zurückgelegten Ausbreitungsstrecke akkumuliert. Der Fehler des FW-H-Verfahrens nimmt jedoch mit steigendem Abstand von der Quelle ab, da die Annahmen des Verfahrens in geringerem Maße verletzt werden (homogene Hintergrundströmung und keine Quadrupolquellen außerhalb der Integrationsfläche). Es folgt daher, dass es eine optimale Position der FW-H-Fläche geben muss, bei der der Gesamtfehler minimal ist. Da sich sowohl die einzelnen Fehler als auch der Gesamtfehler bei realistischen Anwendungsfällen sehr schwer quantifizieren lassen, existiert diese Optimalposition zwar, jedoch ist ihre konkrete Lage im Allgemeinen unbekannt. In der Anwendungspraxis sollte daher die Position der Integrationsfläche leicht variiert werden. Es werden dann mehrere Integrationsflächen zur Ausbreitung der Signale ins Fernfeld verwendet und die Ergebnisse miteinander verglichen (z.B. Shur *et al.* [97]). Ist das Ergebnis im Fernfeld nur schwach von der Position der Fläche abhängig, sind die Rechengitter geeignet gewählt und es kann von einem geringen Fehler des Gesamtverfahrens ausgegangen werden. Dies ist in Abbildung 2.10 auf der rechten Seite charakterisiert. Ist das Fernfeldergebnis jedoch stark von der Flächenposition abhängig, muss davon ausgegangen werden, dass der Gesamtfehler relativ groß ist und die optimale Position der Fläche unbekannt bleibt (Abb. 2.10 linke Seite).

Konvektieren Wirbelstärke- und Entropieschwankungen über die Integrationsfläche, wird die optimale Positionierung der Integrationsfläche zusätzlich erschwert [97, 104, 132]. Ist dies der Fall, kann versucht werden bestimmte Flächenbereiche, welche besonders stark von Wirbelstärke- oder Entropieschwankungen

passiert werden, von der Integration auszuschließen. Von Yin *et al.* [132] wurde dies im Rahmen der Anwendung auf einen installierten Propeller in einer Pusher-Konfiguration als vorteilhaft bewertet. Shur *et al.* [97] berichten, dass bei der Anwendung der FW-H-Methode auf komplexe Freistrahlen die Ausblendung bestimmter Teile der Integrationsfläche eher nachteilige Folgen hat. Insgesamt besteht also keineswegs Klarheit über eine optimale Positionierung der Integrationsfläche bei komplexen Anwendungsfällen.

2.4 Zusammenfassung

Das hybride Verfahren zur effizienten Berechnung von Schallerzeugung und Schallausbreitung bis ins Fernfeld entsteht durch die Zerlegung des Rechengebiets in drei Teile und die Verwendung von dedizierten Rechenverfahren in den Einzelbereichen. Die einzelnen Teile sind namentlich das Quellgebiet, das Ausbreitungsgebiet und das Fernfeld. Das Quellgebiet stellt definitionsgemäß den Strömungsbereich dar, in dem der Schall erzeugt wird. Für die anvisierte Anwendung, die tonale Schallerzeugung einer Turbomaschine, ist die Rotor-Stator Interaktion bei subsonischen Betriebszuständen meist die dominante Schallquelle. Die Nachläufe der Rotorschaukeln interagieren mit den stromab liegenden Schaukeln des Stators. Ein Teil der dabei entstehenden Druckschwankungen breitet sich in Form von Schallwellen durch die anschließenden Kanalsektionen aus. Im Quellgebiet werden die URANS Gleichungen mit dem CFD-Verfahren TRACE gelöst. Dieses bildet auch die Schallausbreitung aus dem unmittelbaren Nahfeld der Gebläsestufe heraus ab. Das Ausbreitungsgebiet bezeichnet den Bereich, in dem sich die Schallwellen auf einer inhomogenen Hintergrundströmung ausbreiten. Für einen Turbofan sind dies die an die Gebläsestufe anschließenden Kanalsektionen (Einlauf und Nebenstromkanal) und der Bereich stark inhomogener Strömung außerhalb der Turbomaschine. In diesem Bereich wird der Einfluss von Reibung und Nichtlinearitäten auf die Schwankungsgrößen vernachlässigt. Zur Beschreibung der Schallausbreitung werden die linearisierten Eulergleichungen verwendet. Diese werden mit dem CAA-Verfahren PIANO im Zeitbereich gelöst. Für die letztendliche Bewertung der Schallemission einer Turbomaschine sind die Schallpegel im Fernfeld entscheidend. Die Verwendung eines CAA-Verfahrens zur Berechnung der Schallausbreitung bis ins Fernfeld ist jedoch ineffizient und zumeist unpraktikabel. Mit steigender Entfernung zum Quellgebiet vergleichmäßigte sich die Hintergrundströmung zunehmend, so dass in gewisser Entfernung die konvektive Wellengleichung ausreichend zur Beschreibung der Schallausbreitung auf der homogenen Hintergrundströmung ist. Da diese eine analytische Lösung besitzt, kann die Schallausbreitung bis ins Fernfeld unter Verwendung eines Integralverfahrens beschrieben werden. Der Rechenaufwand für die Fernfeldintegration ist dabei, anders als bei CFD und CAA-Verfahren, unabhängig von der Ausbreitungsentfernung. Das im Rahmen dieser Arbeit verwendete und weiter entwickelte Verfahren zur Fernfeldintegration der Drucksignale implementiert eine Lösung der konvektive FW-H-Gleichung und kann im Zeit- wie auch im Frequenzbereich eingesetzt werden.

3 Methoden zur Kopplung der Teilgebiete

Bei der Anwendung eines hybriden Verfahrens wird das Rechengebiet in mehrere Teile zerlegt. Die Einzelteile bzw. Einzelverfahren sind zunächst völlig unabhängig voneinander. Im Quellgebiet wird die Schallerzeugung durch die rotierenden Schaufelreihen und die Ausbreitung aus dem Nahfeld heraus berechnet. Sowohl im Ausbreitungsgebiet wie auch im Fernfeld muss die Schallquelle vorgegeben werden, da hier im eigentlichen Sinne keine Schallerzeugung stattfindet. Prinzipiell kann zu diesem Zweck eine analytische Beschreibung der Schallquelle verwendet werden. Für eine geschlossene Modellierung der Schallausbreitung von der Quelle bis ins Fernfeld muss zunächst anhand der Felddaten im Quellgebiet eine äquivalente Beschreibung der Schallquelle des Ausbreitungsgebietes bestimmt werden. Anschließend muss anhand der Daten im Ausbreitungsgebiet eine äquivalente Beschreibung der Schallquelle für die Fernfeldausbreitung gefunden werden. Die Schallausbreitung bzw. der Informationsfluss erfolgt dabei in zwei Schritten vom Quellgebiet über das Ausbreitungsgebiet zum Fernfeld. Eine Rückkopplung in das jeweils vorangehende Teilgebiet wird dabei ausgeschlossen. Die Definition der Schallquelle im Ausbreitungsgebiet bzw. Fernfeld erfolgt in Übereinstimmung mit den jeweils verwendeten Feldgleichungen. Zur Definition der Schallquelle müssen die Daten des vorangehenden Teilgebiets extrahiert und in geeigneter Weise analysiert werden. Da jedes Teilgebiet mit einem anderen mathematischen Modell beschrieben wird, stellt der Übergang von einem Teilgebiet zum nächsten einen Modellsprung dar. Eine exakte Übereinstimmung der Schwankungsfelder in allen fünf Schwankungsgrößen, ρ, u, v, w, p , kann daher meist nicht erreicht werden (Ovenden und Rienstra [69]). Ist z.B. das Druckfeld im Kopplungsbereich in beiden Gebieten identisch, so werden die Felder der anderen Größen, da sie sich aus anderen Modellgleichungen ergeben, im Allgemeinen nicht identisch sein. D.h., der Modellsprung kann sich in einem Sprung mancher der Schwankungsgrößen niederschlagen.

Der größere, für die Genauigkeit der Gesamtmethode wichtigere, Modellsprung ereignet sich bei der Datenextraktion aus dem Quellgebiet. Im Quellgebiet wird ein reibungsbehaftetes nichtlineares Modell basierend auf den kompressiblen Navier-Stokes Gleichungen verwendet. Das Ausbreitungsgebiet wird durch die linearisierten Eulergleichungen, ein reibungsfreies lineares Modell, abgebildet. Für die Berechnung der Schallausbreitung ins Fernfeld wird die konvektive Wellengleichung, ebenso ein reibungsfreies lineares Modell, welches jedoch zusätzlich eine homogene Hintergrundströmung voraussetzt, verwendet. Für die Kopplung der verschiedenen Teilgebiete wird daher überwiegend die Extraktion der akustischen Schwankungen aus dem Quellgebiet betrachtet. Liegt die Extraktionszone in einem Teil des Quellgebiets, wo Reibungseffekte und Nichtlinearitäten bereits vernachlässigt werden

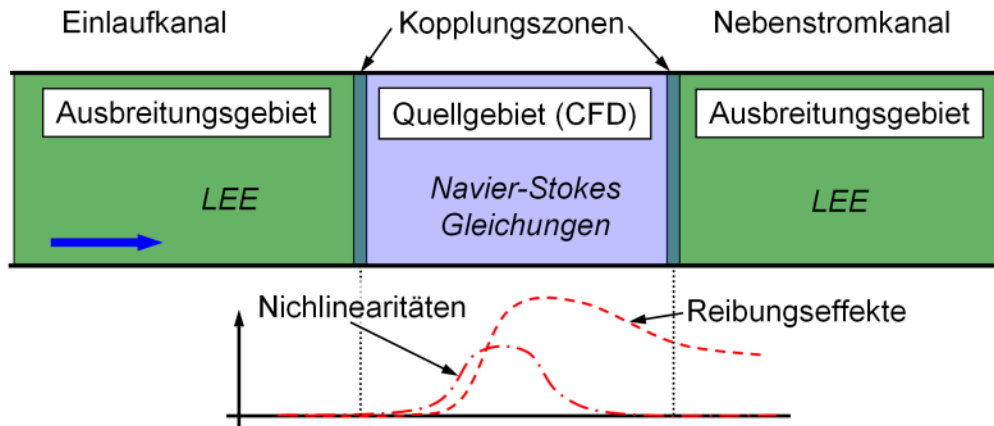


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Kopplung des Ausbreitungsgebietes an das Quellgebiet für eine Gebläsestufe einer Turbomaschine. Weiterhin ist der axiale Verlauf der im Ausbreitungsgebiet vernachlässigten Effekte (Reibungseinflüsse und Nichtlinearitäten) qualitativ für einen subsonischen Betriebspunkt skizziert. Die Durchströmung erfolgt von links nach rechts.

können, ist davon auszugehen, dass der Fehler durch den Modellsprung recht klein ausfällt, da die physikalischen Phänomene, welche vom Berechnungsmodell des Ausbreitungsgebiets vernachlässigt werden, in den Felddaten des Quellgebiets im Bereich der Kopplungszone nur schwach ausgeprägt sind. Dies ist z.B. stromauf der Gebläsestufe eines Turbofans bei subsonischer Anströmung der Fall (Abb. 3.1). Stromab der Gebläsestufe sind die Strömungsbedingungen komplexer. Hier ist die wesentliche Zielstellung, die Schallextraktion möglichst robust gegenüber einer Verletzung der Modellannahmen zu gestalten.

Die Kopplung der einzelnen Verfahren bzw. Teilgebiete wird auf drei unterschiedlichen Wegen durchgeführt.

1. Datenextraktion im Einlaufkanal:
Stromauf der Gebläsestufe liegen ausschließlich akustische Schwankungen vor. Daher wird an dieser Stelle eine Interpolation der Schwankungsgrößen vom CFD- auf das CAA-Gitter vorgenommen.
2. Datenextraktion im Nebenstromkanal:
Stromab der Gebläsestufe stellen die Schwankungen der Feldgrößen im Quellgebiet eine Überlagerung aus Wirbelstärke-, Entropie- und Schallwellen dar. Hier sollte eine Abspaltung des Schallanteils erfolgen, da nur dieser an das CAA-Verfahren zu Berechnung des Ausbreitungsgebiets übergeben werden sollte.
3. Datenextraktion bei offenen gegenläufigen Rotoren:
Aufgrund der Abwesenheit des ummantelnden Rohres ist eine Trennung in

Einström- und Ausströmrand schwieriger. Eine fundierte physikalisch motivierte Zerlegung der Schwankungsfelder in aerodynamische und akustische Anteile liegt außerhalb des Rahmens der vorliegenden Arbeit. Die Kopplung mit dem Fernfeldverfahren wird basierend auf einer Fourierentwicklung der Schwankungsgrößen in Umfangsrichtung vorgenommen.

In den ersten beiden Fällen ist das Ziel der Kopplung die Definition der Schallquelle im Ausbreitungsgebiet, im letzten Fall die Definition der Schallquelle für die Fernfeldausbreitung. Beispielhaft ist in Abbildung 3.2 die zu- und abströmseitige Kopplung für einen ummantelten Aufbau skizziert.

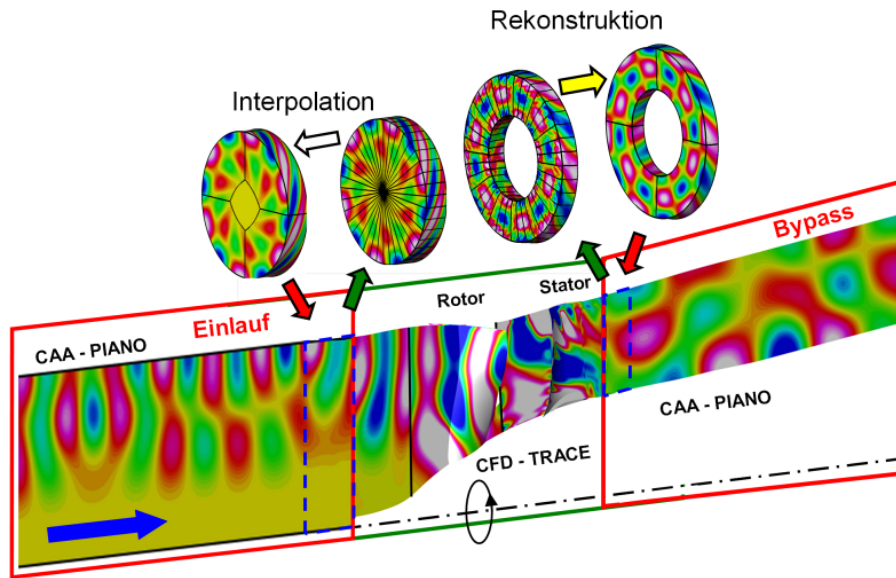


Abbildung 3.2: Darstellung der Kopplung Quellgebiet/Ausbreitungsgebiet am Beispiel einer Gebläsestufe; zuströmseitige Kopplung durch Interpolation der Daten; abströmseitige Kopplung durch Rekonstruktion der Schallquelle anhand eines analytischen Modells. Zur Illustration der Schallausbreitung ist das Druckfeld in den verschiedenen Bereichen dargestellt.

3.1 Transformation der CFD-Daten ins ruhende Bezugssystem

Das CFD-Verfahren TRACE berechnet die Strömungslösung auf einem blockstrukturierten Rechenetz, welches sich mit den rotierenden Maschinenteilen mitbewegt. Die Ergebnisse der URANS Simulation werden zur Minimierung des Speicherplatzbedarfs im Frequenzbereich und nur für die Anzahl der vernetzten Teilungen gespeichert, im Regelfall eine Schaufelpassage pro Schaufelreihe. Sowohl das CAA-Verfahren PIANO als auch das FW-H-Fernfeldverfahren arbeiten im ruhenden Bezugssystem und benötigen die Quelldaten auf einem vollen Umfang (Abb. 3.3). Weiterhin verwendet

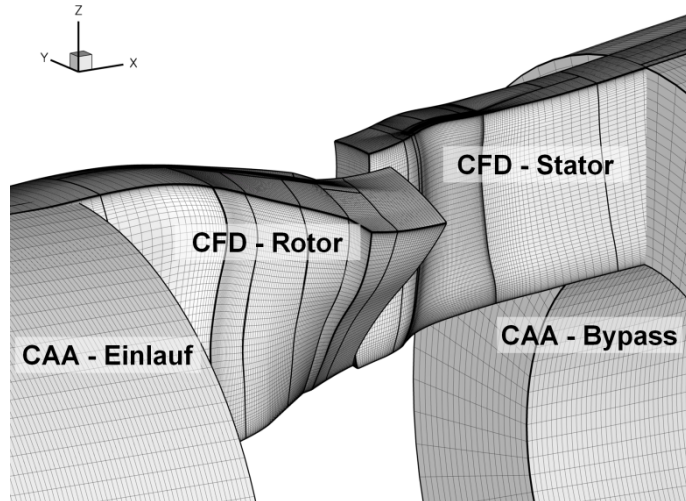


Abbildung 3.3: CFD Gitter für Rotor und Statorpassage und überlappende CAA Gitter für Einlauf- und Bypasskanal.

das CFD-Verfahren die Methode der finiten Volumen (FV) zur Diskretisierung des Raumes, wohingegen das CAA-Verfahren zu diesem Zweck die Methode der finiten Differenzen verwendet. D.h., die CFD-Lösung liegt in den Volumen des Rechengitters vor, die Daten zur Realisierung der Schallquelle in dem CAA-Verfahren werden jedoch an den Eckpunkten des Rechengitters benötigt. Es sind also folgende Schritte zur Aufbereitung der Strömungsdaten im Rahmen der Kopplung der verschiedenen Verfahren nötig:

1. Interpolation der CFD-Lösung auf die Gitterpunkte,
2. Fortsetzen des Gitters auf einen vollen Umfang des Strömungskanals,
3. Transformation der Daten vom rotierenden ins ruhende Bezugssystem und
4. falls nötig, Rekonstruktion der Daten im Zeitbereich.

Interpolation der CFD-Lösung auf die Gitterpunkte: Da bei einem FV-Verfahren die Simulationsergebnisse nicht an definierten Raumpunkten vorliegen, wird in diesem Teilschritt ein einfacher arithmetischer Mittelwert aus den Strömungsgrößen der benachbarten acht Volumen gebildet, um die Daten auf einen Gitterpunkt zu beziehen. An den Rändern des Rechengitters wird hierfür die Information der so genannten Geisterzellen des CFD-Verfahrens verwendet.

Fortsetzen der CFD-Lösung auf einen vollen Kanalumfang: Die Ergebnisse des CFD-Verfahrens liegen wie in Abbildung 3.3 skizziert nur auf einer oder wenigen

Teilungen einer Schaufelpassage vor. Unter Verwendung des Phasenversatzes in Umfangsrichtung zwischen oberem und unterem Rechenrand können die CFD-Daten einfach auf einen vollen Umfang fortgesetzt werden.

Transformation der CFD-Lösung ins ruhende Bezugssystem: Die Transformation der CFD-Daten vom rotierenden in das ruhende Bezugssystem ist im Frequenzbereich sehr elegant durch die (m, ω) -Transformation möglich. Durch den Übergang von einem Bezugssystem in ein anderes Bezugssystem mit rotatorischer Relativbewegung zwischen beiden, liegen die Schwankungen abhängig von deren Verlauf in Umfangsrichtung in den beiden Bezugssystemen bei verschiedenen Frequenzen vor. Für zwei Relativsysteme, welche sich mit einer festen Rotationsgeschwindigkeit Ω_1 bzw. Ω_2 bewegen, gilt für die Störfrequenz ω im Relativsystem folgender allgemeiner Zusammenhang (Lowis und Joseph [56]):

$$\omega_1 + m\Omega_1 = \omega_2 + m\Omega_2, \quad (3.1)$$

wobei sich die Umfangsordnung m zwischen beiden Systemen nicht unterscheidet. Die Transformation wird in drei Schritten realisiert. Zunächst werden die komplexen Felder der Schwankungsgrößen in eine Fourierreihe bezüglich der Umfangsrichtung entwickelt. Dann werden die Azimutalkomponenten anhand Gleichung (3.1) in der Frequenz verschoben. Letztendlich werden die komplexen Felder der Schwankungsgrößen anhand der Azimutalkomponenten in Umfangsrichtung rekonstruiert und so wieder in den Raum der gewöhnlichen Anschauung übertragen. Der letzte Schritt ist nicht in jedem Fall nötig, da es verschiedene Algorithmen gibt, welche direkt mit den azimutal zerlegten Daten arbeiten. Dies sind z.B. das Verfahren zur Modenanalyse (Kap. 3.3) oder das Verfahren zur Fernfeldintegration (Kap. 3.4.1).

3.2 Interpolation der Schwankungsgrößen vom CFD- auf das CAA-Gitter

Im Quellgebiet sind stomauf der Gebläsestufe, aufgrund der verwendeten URANS-Simulation, ausschließlich akustische Schwankungen vorhanden. Diese könnten prinzipiell direkt vom CFD- auf das CAA-Gitter übertragen werden. Im Allgemeinen fallen die Punkte des CFD-Gitters jedoch nicht mit den Punkten des CAA-Gitters zusammen, so dass die Werte der Schwankungsgrößen interpoliert werden müssen. Im Rahmen von so genannten Overset-Grid Methoden¹ wurden in den vergangenen Jahren verschiedene Interpolationstechniken intensiv untersucht. Die Erfahrungen, welche bei der Verwendung von Interpolationsverfahren im Rahmen von Overset-Grid Methoden gewonnen wurden, können wie folgt zusammengefasst werden.

¹Overset-Grid Methoden vereinen die Vorteile strukturierte Gitter mit der Einfachheit der Vernetzung komplexer Geometrien, wie dies bei der Verwendung unstrukturierter Gitter der Fall ist. Die direkte Entsprechung der Punkte benachbarter Blöcke und damit der direkte Datenaustausch von blockstrukturierten Gittern wird aufgegeben. Stattdessen wird die Lösung zwischen den überlappenden Einzelgittern interpoliert.

- Allgemein haben sich explizite, nicht optimierte Lagrange-Interpolatoren als bester Kompromiss zwischen Implementierungsaufwand, Rechenaufwand und Robustheit bei der Anwendung erwiesen (Desquesnes *et al.* [18], Sherer und Scott [95]).
- Werden die Erhaltungsgleichungen auf den beteiligten Gittern durch optimierte Verfahren höherer Ordnung diskretisiert, so sollte die Interpolation ebenso eine hohe Fehlerordnung aufweisen, da sonst die Fehlerordnung des Gesamtverfahrens durch die Interpolation reduziert wird (Huang und Zhang [45], Sherer und Visbal [96]).
- Durch die Interpolation können künstliche Störungen erzeugt werden. Diese sind um so stärker, je schlechter die Wellen auf dem Zielgitter aufgelöst werden können. D.h., die Cut-off Frequenz des Lösungsverfahrens auf dem Zielgitter sollte der Cut-off Frequenz auf dem Quellgitter entsprechen oder über dieser liegen (Desquesnes *et al.* [18], Guenaff *et al.* [35]). Die Erzeugung künstlicher Schallwellen kann besonders stark sein wenn auch Wirbelstärkewellen in der Lösung vorhanden sind.

In dem konkreten vorliegenden Fall müssen die Schwankungsgrößen von dem CFD-Gitter auf das CAA-Gitter bzw. auf die Integrationsfläche des Fernfeldverfahrens interpoliert werden. Das Ziel der hybriden Methode ist die geschlossene Schallberechnung von der Quelle bis zum Beobachter. Bei der Erzeugung der Rechengitter wird also die höchste für eine bestimmte Untersuchung relevante Frequenz abgeschätzt und die Gitterweiten der beteiligten Rechengitter so festgelegt das deren Cut-off Frequenz ähnlich ist. Für die Abschätzung der Cut-off Frequenz eines Rechengitters ist die Fehlerordnung des Rechenverfahrens und natürlich die Gitterweite zu berücksichtigen. Da das CFD-Verfahren TRACE von zweiter Ordnung das CAA-Verfahren PIANO jedoch von vierter Ordnung genau ist, wird das CFD-Gitter verglichen mit dem CAA-Gitter relativ fein sein. Es ist daher für die Ergebnissqualität der Gesamtmethode völlig ausreichend eine Interpolation mit einer Fehlerkonvergenz zweiter Ordnung zu verwenden.

Trilineare Interpolation zweiter Ordnung: Die CFD-Lösung liegt nach der Datenaufbereitung an den Gitterpunkten des CFD-Gitters im ruhenden Bezugssystem vor. Zur Interpolation der Schwankungsgrößen des CFD-Gitters auf das CAA-Gitter wird ein polynomialer Ansatz definiert. Da ein auf dem gesamten Gitter definiertes Polynom aufgrund des notwendigerweise hohen Ansatzgrades zu starken Schwingungen neigen würde, wird das Interpolationspolynom elementweise definiert. Die Eckpunkte eines Hexaeders des strukturierten CFD-Gitters sind durch $\underline{x}_0, \underline{x}_1, \dots, \underline{x}_7$ bezeichnet. Ein Punkt des CAA-Gitters, an welchem die Lösung gesucht wird, befindet sich an der Position \underline{x}_p innerhalb des Hexaeders. Als Basisfunktionen werden acht Lagrange-Polynome verwendet, die einen trilinearen Funktionsverlauf aufweisen. Diese haben an einem Eckpunkt des Hexaeders den Wert Eins und an allen anderen Eckpunkten

den Wert Null,

$$\begin{aligned}\phi_i(\underline{x}_j) &= \delta_{ij} \\ \phi_i(\underline{x}) &= a_0^i + a_1^i x + a_2^i y + a_3^i z + a_4^i yz + a_5^i zx + a_6^i xy + a_7^i xyz.\end{aligned}$$

Dies ergibt pro Hexaeder für jede Basisfunktion acht Gleichungen für die acht Unbekannten. D.h., pro Volumen müssen acht 8×8 Gleichungssysteme zur Bestimmung der unbekannten Koeffizienten a_j^i gelöst werden. Durch den Übergang auf den Einheitshexaeder kann der Aufwand erheblich reduziert werden. Der Einheitshexaeder hat die Eckpunkte:

$$\begin{aligned}\underline{\xi}_0 &= (0, 0, 0)^T, & \underline{\xi}_1 &= (1, 0, 0)^T, & \underline{\xi}_2 &= (0, 1, 0)^T, & \underline{\xi}_3 &= (0, 0, 1)^T, \\ \underline{\xi}_4 &= (0, 1, 1)^T, & \underline{\xi}_5 &= (1, 0, 1)^T, & \underline{\xi}_6 &= (1, 1, 0)^T, & \underline{\xi}_7 &= (1, 1, 1)^T.\end{aligned}$$

Die Basisfunktionen auf dem Einheitsselement werden als Formfunktionen bezeichnet. Ihr Verlauf ist explizit bekannt und kann sofort geschrieben werden:

$$\begin{aligned}\psi_0 &= (1 - \xi)(1 - \eta)(1 - \zeta), & \psi_1 &= \xi(1 - \eta)(1 - \zeta), \\ \psi_2 &= (1 - \xi)\eta(1 - \zeta), & \psi_3 &= (1 - \xi)(1 - \eta)\zeta, \\ \psi_4 &= (1 - \xi)\eta\zeta, & \psi_5 &= \xi(1 - \eta)\zeta, \\ \psi_6 &= \xi\eta(1 - \zeta), & \psi_7 &= \xi\eta\zeta.\end{aligned}$$

Da die Formfunktionen ψ_i von der Position $\underline{\xi}$ im Einheitsselement und nicht mehr von der Position \underline{x} des Gitterpunktes im Rechenggebiet abhängig sind, muss die Position $\underline{\xi}_p$, also die Entsprechung des Interpolationspunktes \underline{x}_p , im Einheitsselement bestimmt werden. Die trilineare invertierbare Abbildung vom Einheitsselement auf eine beliebiges Volumen ergibt sich zu:

$$\begin{aligned}\underline{x} = T(\underline{\xi}) &= \underline{x}_0 + (\underline{x}_1 - \underline{x}_0)\xi + (\underline{x}_2 - \underline{x}_0)\eta + (\underline{x}_3 - \underline{x}_0)\zeta \\ &+ (\underline{x}_4 - (\underline{x}_2 + \underline{x}_3) + \underline{x}_0)\eta\zeta \\ &+ (\underline{x}_5 - (\underline{x}_3 + \underline{x}_1) + \underline{x}_0)\zeta\xi \\ &+ (\underline{x}_6 - (\underline{x}_1 + \underline{x}_2) + \underline{x}_0)\xi\eta \\ &+ (\underline{x}_7 - (\underline{x}_4 + \underline{x}_5 + \underline{x}_6) + (\underline{x}_1 + \underline{x}_2 + \underline{x}_3) - \underline{x}_0)\xi\eta\zeta.\end{aligned}$$

Diese ist nur von den bekannten Eckpunkten \underline{x}_i des Hexaeders des CFD-Gitters abhängig. Unter Verwendung der Formfunktionen kann die Transformation kompakt geschrieben werden:

$$\underline{x} = T(\underline{\xi}) = \sum_{i=0}^7 \underline{x}_i \psi_i(\underline{\xi}). \quad (3.2)$$

Durch Gleichung (3.2) werden die Gitterkoordinaten selbst trilinear im Hexaeder interpoliert. Die Abbildung $T(\underline{\xi})$ ist schwach nichtlinear und muss für jeden Punkt des CAA-Gitters einmal invertiert werden. Die Position $\underline{\xi}_p$ des Interpolationspunktes

im Einheitsselement wird als Nullstelle von

$$\underline{F}(\underline{\xi}_p) = T(\underline{\xi}_p) - \underline{x}_p \quad (3.3)$$

bestimmt. Unter Verwendung der Jacobimatrix der Abbildung $T(\xi)$ ergibt sich Gleichung (3.3) zu

$$\underline{F}(\underline{\xi}_p) = \underline{x}_0 - \underline{x}_p + J\underline{\xi}_p. \quad (3.4)$$

Diese wird mit Hilfe eines Newton-Verfahrens gelöst. Die Jacobimatrix ist wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} J &= (\underline{j}_1, \underline{j}_2, \underline{j}_3), \\ \underline{j}_1 &= \underline{dx}_1 + \underline{sx}_2\zeta + \underline{sx}_3\eta + \underline{sx}_4\eta\zeta, \\ \underline{j}_2 &= \underline{dx}_2 + \underline{sx}_3\zeta + \underline{sx}_1\zeta + \underline{sx}_4\xi\zeta, \\ \underline{j}_3 &= \underline{dx}_3 + \underline{sx}_1\eta + \underline{sx}_2\xi + \underline{sx}_4\xi\eta. \end{aligned}$$

Die Vektoren \underline{dx}_i stellen die Kanten des Hexaeders vom Punkt \underline{x}_0 zu den benachbarten Eckpunkten dar.

$$\underline{dx}_1 = \underline{x}_1 - \underline{x}_0, \quad \underline{dx}_2 = \underline{x}_2 - \underline{x}_0, \quad \underline{dx}_3 = \underline{x}_3 - \underline{x}_0$$

Die Vektoren \underline{sx}_i stellen die Abweichung des Hexaeders von einem Parallelepiped dar:

$$\begin{aligned} \underline{sx}_1 &= \underline{x}_4 - (\underline{x}_2 + \underline{x}_3) + \underline{x}_0, \quad \underline{sx}_2 = \underline{x}_5 - (\underline{x}_3 + \underline{x}_1) + \underline{x}_0, \quad \underline{sx}_3 = \underline{x}_6 - (\underline{x}_1 + \underline{x}_2) + \underline{x}_0, \\ \underline{sx}_4 &= \underline{x}_7 - (\underline{x}_4 + \underline{x}_5 + \underline{x}_6) + (\underline{x}_1 + \underline{x}_2 + \underline{x}_3) - \underline{x}_0. \end{aligned}$$

Handelt es sich bei dem CFD-Volumenelement um einen Parallelepiped, sind diese demzufolge Null. Das CFD-Volumen kann dann durch einfache Verscherung auf einen Quader zurückgeführt werden. In diesem Fall ist die Jacobimatrix unabhängig von $\underline{\xi}$ und die Gleichung (3.2) reduziert sich zu einer linearen Abbildung. Ist die Position $\underline{\xi}_p$ im Einheitsselement bestimmt, kann eine beliebigen skalaren Größe f durch ihre Werte an den Eckpunkten des Elements bestimmt werden:

$$f(\underline{x}_p) = \sum_{i=0}^7 f(\underline{x}_i) \psi_i(\underline{\xi}_p). \quad (3.5)$$

Die so definierte Interpolation ist aufgrund des Grades des Polynomansatzes von zweiter Ordnung genau. Die beschriebene Vorgehensweise findet sich mit variierenden Interpolationspolynomen und Raumdimensionen in vielen FE-Methoden als Standardelement wieder.

3.3 Rekonstruktion der Schallquelle im Ringraum

Stromab der Gebläsestufe muss davon ausgegangen werden, dass alle drei Lösungsmoden der Eulergleichungen in den Schwankungsgrößen der Quellgebietssimulation vorhanden und zudem auch miteinander gekoppelt sind. Dem Lösungsverfahren zur Simulation des Ausbreitungsgebietes sollten aus zwei Gründen nur akustische Schwankungen übergeben werden. Zum einen wird in der Literatur von Instabilitäten der CAA-Lösung aufgrund von Wirbelstärkewellen berichtet (Agarwal *et al.* [1], Huang *et al.* [44], Redonnet [77]) zum anderen können sich diese aber auch in Form von Pseudoschallquellen in der CAA-Lösung niederschlagen (Desquesnes *et al.* [18]). Eine direkte Interpolation der Schwankungsgrößen vom CFD- auf das CAA-Gitter ist daher nicht empfehlenswert. Die Interpolation stellt zwar keine einschränkenden Annahmen an die Grundströmung, die Zerlegung in aerodynamische und akustische Anteile stromab der Gebläsestufe ist jedoch zur Definition einer robusten Kopplung von größerer Bedeutung und durch eine Interpolation nicht zu realisieren.

3.3.1 Modaler Ansatz nach Ovenden und Rienstra - das TPP-Verfahren

Von Ovenden und Rienstra [68] wurde im Jahr 2002 eine Methode vorgestellt, welche speziell zur Analyse von CFD-Ergebnissen in der Nähe einer Gebläsestufe entwickelt wurde. Die direkt an die Gebläsestufe anschließenden Kanalsektionen stellen konstruktionsbedingt, durch die rotierenden Teile der Gebläsestufe, einen Ringraum dar. Unter der Annahme einer konstanten Querschnittsfläche und einer homogenen Strömung (Kolbenprofil) kann ein analytisches Modell zur Beschreibung der Schallausbreitung in diesen Kanalsektionen hergeleitet werden. Für das Druckfeld bei der Frequenz ω ergibt sich:

$$p'(x, r, \theta, t) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}^{\pm} e^{i(k_{x,mn}^{\pm} x + m\theta - \omega t)} f_{mn}(r) \right\}. \quad (3.6)$$

Dabei bezeichnet A_{mn}^{\pm} die Amplituden der stromauf (–) bzw. stromab (+) laufenden Wellen, $k_{x,mn}^{\pm}$ die axiale Wellenzahl und $f_{mn}(r)$ die radiale Eigenfunktion der (m, n) -Mode. Der Schwankungsdruck der CFD-Lösung wird auf drei benachbarten Ebenen unter Verwendung dieses analytischen Modells in stromauf und stromab laufende Schallwellen entwickelt (Abb. 3.4). Das Druckfeld der allgemeinen Lösung ergibt sich aus einer Linearkombination der Eigenlösungen der konvektiven Wellengleichung mit den Amplituden A_{mn}^{\pm} für die stromab bzw. stromauf laufenden Schallwellen. Die Parameter $m \in \mathbb{Z}_0$ und $n \in \mathbb{N}_0$ kennzeichnen die verschiedenen Elementarwellen, wobei m die azimuthale und n die radiale Ordnungszahl bezeichnet. Details zur Herleitung der analytischen Lösung sind in Kapitel A.3 dargestellt. Der Gültigkeitsbereich des so skizzierten „Tripel-Plane-Pressure Mode Matching“ wurde später durch ein analytisches Modell, welches auch langsam veränderliche Querschnittsflächen zulässt, erweitert (Slowly-Varying-Duct Modes, Ovenden und Rienstra [69, 80]). Dies

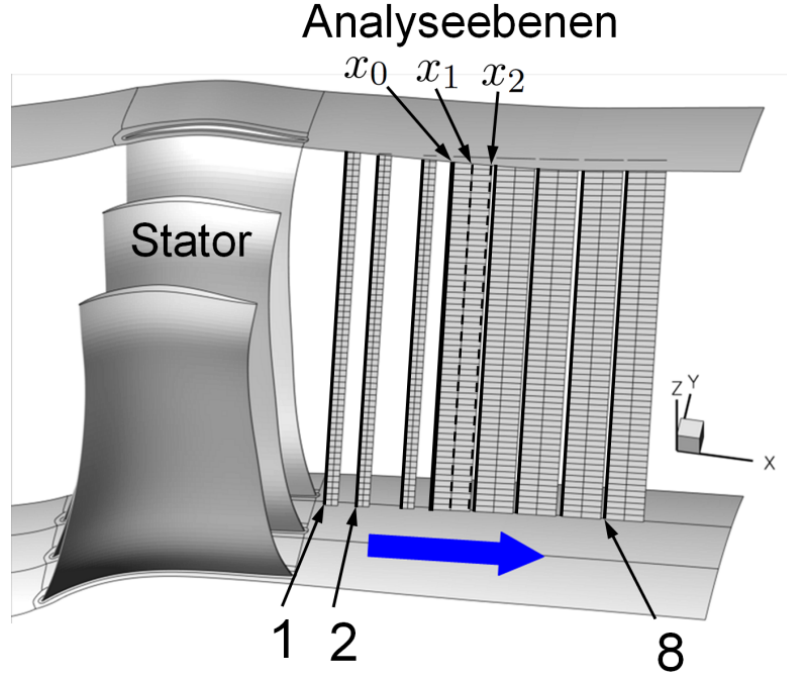


Abbildung 3.4: Beispielhafte Lage von acht Analysebereichen in verschiedenen Abständen zu den Statorschaufeln, jeweils gebildet aus drei Ebenen (z.B. x_0, x_1, x_2). Abgebildet sind jeweils die Projektionen der Extraktionsbereiche auf eine Fläche der Winkelposition $\theta = 0$, auf welchen letztendlich die Modenanalyse stattfindet.

ist zwar für die Anwendung der Methode von großer Bedeutung, jedoch im Rahmen der folgenden Darstellung der Funktionsweise und Erweiterung des Verfahrens eher verwirrend und wird der Einfachheit halber vernachlässigt. Im Folgenden wird die TPP-Methode unter Verwendung des einfacheren analytischen Modells (Gl.(3.6)) in Anlehnung an Ovenden und Rienstra [68] vorgestellt.

An drei benachbarten axialen Ebenen (x_0, x_1, x_2) wird das Druckfeld aus dem Quellgebiet extrahiert und in eine Fourierreihe bzgl. Zeit und Umfangsposition entwickelt.

$$p'(x_i, r, \theta, t) = \text{Re} \left\{ \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{h=0}^{\infty} \hat{p}_{mh}(x_i, r) e^{i(m\theta - \omega_h t)} \right\} \quad (3.7)$$

Die verschiedenen (m, ω) -Komponenten der Fourierreihe sind im Rahmen der Modenanalyse unabhängig voneinander. Im Folgenden wird nur eine einzige Komponente betrachtet, d.h., m und h sind beliebig aber fest und werden in der folgenden Darstellung nicht geschrieben. Das Druckfeld der CFD-Lösung wird als Überlagerung der Elementarlösungen (Gl. (3.6)) dargestellt und ergibt sich für eine bestimmte

Frequenz ω und Umfangsordnung m an den drei Ebenen zu:

$$\hat{p}_{mh}(x_0, r) = \hat{p}_0(r) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{\pm} f_n(r), \quad (3.8a)$$

$$\hat{p}_{mh}(x_1, r) = \hat{p}_1(r) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{\pm} e^{ik_{x,n}^{\pm}(x_1-x_0)} f_n(r), \quad (3.8b)$$

$$\hat{p}_{mh}(x_2, r) = \hat{p}_2(r) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{\pm} e^{ik_{x,n}^{\pm}(x_2-x_0)} f_n(r). \quad (3.8c)$$

Die Phasenlage der resultierenden Modenamplituden A_n^{\pm} bezieht sich dabei auf die Referenzebene an der Position x_0 . Wird der Produktansatz (Gl. (3.6)) in das Modell für die Schallausbreitung eingesetzt, ergibt sich eine Differentialgleichung für die radiale Ausdehnung des Ringraums. Bei einer so genannten Kolbenströmung ist dies die Besselsche Differentialgleichung und die Eigenlösungen $f_n(r)$ sind eine Überlagerung aus Bessel- und Neumannfunktionen. Vorausgesetzt die Elementarlösungen $f_n(r)$ spannen den Lösungsraum der Differentialgleichung vollständig² auf, können Amplituden A_n^{\pm} gefunden werden, die Gleichung (3.8) im Rahmen der Rechengenauigkeit exakt erfüllen. Die Vollständigkeit der Fundamentallösung gilt allerdings nicht für beliebige Hintergrundströmungen. Da die Schallausbreitung im Quellgebiet durch die Navier-Stokes Gleichungen modelliert wird und diese die Ausbreitung von Entropie-, Wirbelstärke- und Schallwellen darstellen, wird an dieser Stelle eine potentielle Fehlerquelle in das Verfahren eingeführt. Die Analyse der Daten auf zwei Ebenen wäre zur Unterscheidung in stromab und stromauf laufende Wellen ausreichend, jedoch kann bei der Verwendung von drei Ebenen durch die zusätzlichen Gleichungen eine Fehlerminimierung durchgeführt werden. Dadurch können die Auswirkungen der beschriebenen Modellierungsungenauigkeiten auf die zu bestimmenden Amplituden A_n^{\pm} reduziert werden (Ovenden und Rienstra [68]). Zu jedem Paar aus Frequenz und Umfangsordnung (ω, m) existiert nur eine endliche Anzahl ausbreitungsfähiger Eigenlösungen, so genannter Cut-on Moden. Ab einem bestimmten Wert der radialen Ordnungszahl n wird die axiale Wellenzahl komplex und es ergeben sich nicht ausbreitungsfähige Eigenlösungen, so genannte Cut-off Moden. Diese stellen zwar räumlich veränderliche Druckfelder dar, transportieren jedoch keine Schallenergie und klingen exponentiell mit der Entfernung zur Quelle ab³. D.h., der Betrag des Druckfeldes der stromab laufenden Cut-off Moden fällt mit steigendem x exponentiell ab, wohingegen der Betrag des Druckfeldes der stromauf laufenden Cut-off Moden in entgegengesetzter Richtung abfällt (Abb. 3.5). Daraus ergeben sich zwei Konsequenzen für das Modenanalyseverfahren. Zum einen kann die unendliche Summe in Gleichung (3.8) auf eine endliche Summe begrenzt werden ohne zusätz-

²Solange die Differentialgleichung in die Form eines Sturm-Liouville Problems gebracht werden kann, ist die Existenz und Vollständigkeit der Fundamentallösung sicher gestellt (Weidmann [125]).

³Die Cut-off Moden ergeben sich aus dem mathematischen Modell der Schallausbreitung. Da sie keine Schallenergie transportieren haben diese in der Realität jedoch keine Bedeutung.

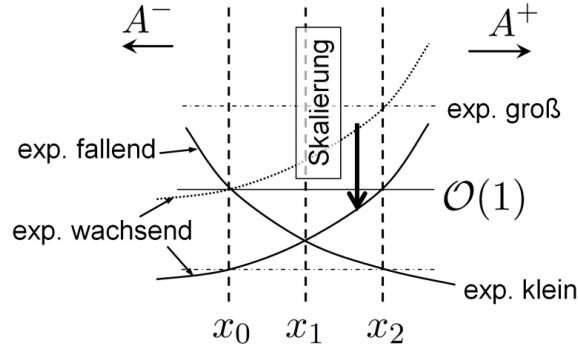


Abbildung 3.5: Skalierung der Basisfunktionen für nicht ausbreitungsfähige, exponentiell wachsende oder fallende Eigenlösungen.

liche Fehler in das Verfahren einzuführen. Zum anderen wird eine Skalierung der Elementarlösungen vorgenommen um den Fehler, auch für die exponentiell fallende Moden, über alle drei Ebenen gleichmäßig zu minimieren. Aufbauend auf den radialen Eigenfunktionen $f_n(r)$ werden skalierte Basisfunktionen zur Beschreibung des radialen Druckverlaufs an den drei Ebenen definiert. Die skalierten Basisfunktionen und Modenamplituden ergeben sich wie folgt.

$$B_n^\pm = \begin{cases} A_n^+ \\ A_n^- e^{ik_{x,n}^-(x_2-x_0)} \end{cases} \quad (3.9a)$$

$$\xi_n^\pm(r) = \begin{cases} f_n(r) \\ f_n(r) e^{ik_{x,n}^-(x_0-x_2)} \end{cases} \quad (3.9b)$$

$$\zeta_n^\pm(r) = \begin{cases} f_n(r) e^{ik_{x,n}^+(x_1-x_0)} \\ f_n(r) e^{ik_{x,n}^-(x_1-x_2)} \end{cases} \quad (3.9c)$$

$$\chi_n^\pm(r) = \begin{cases} f_n(r) e^{ik_{x,n}^+(x_2-x_0)} \\ f_n(r) \end{cases} \quad (3.9d)$$

Die CFD-Ergebnisse (Gl. (3.8)) werden nun bezüglich der skalierten Basisfunktionen dargestellt und zur Bestimmung der Amplituden mit den komplex konjugierten Basisfunktionen (Gl. (3.9)) multipliziert und über den Radius integriert. D.h., die CFD Daten werden in die Basis aus Eigenfunktionen projiziert:

$$\sum_{n=0}^N B_n^\pm \int_{R_i}^{R_a} \xi_n^\pm(r) \xi_p^{\pm*}(r) r dr = \int_{R_i}^{R_a} \hat{p}_0(r) \xi_p^{\pm*}(r) r dr, \quad (3.10a)$$

3.3 Rekonstruktion der Schallquelle im Ringraum

$$\sum_{n=0}^N B_n^\pm \int_{R_i}^{R_a} \zeta_n^\pm(r) \zeta_p^{\pm*}(r) r dr = \int_{R_i}^{R_a} \hat{p}_1(r) \zeta_p^{\pm*}(r) r dr, \quad (3.10b)$$

$$\sum_{n=0}^N B_n^\pm \int_{R_i}^{R_a} \chi_n^\pm(r) \chi_p^{\pm*}(r) r dr = \int_{R_i}^{R_a} \hat{p}_2(r) \chi_p^{\pm*}(r) r dr. \quad (3.10c)$$

Dies kann auch in Matrixform geschrieben werden:

$$\mathbf{M}\mathbf{a} = \mathbf{p}_0, \quad \mathbf{N}\mathbf{a} = \mathbf{p}_1, \quad \mathbf{Q}\mathbf{a} = \mathbf{p}_2. \quad (3.11)$$

Dabei handelt es sich um $3 \times 2(N+1)$ Gleichungen für die $2(N+1)$ unbekannten Modenamplituden B_n^+ und B_n^- . Die Einträge der Matrizen und Vektoren setzen sich aus 2×2 Untermatrizen zusammen, welche wie folgt definiert sind:

$$[\mathbf{M}]_{pn} = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \zeta_n^+(r) \zeta_p^{+*}(r) & \zeta_n^-(r) \zeta_p^{+*}(r) \\ \zeta_n^+(r) \zeta_p^{-*}(r) & \zeta_n^-(r) \zeta_p^{-*}(r) \end{pmatrix} r dr, \quad [\mathbf{p}_0]_p = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \hat{p}_0(r) \zeta_p^{+*}(r) \\ \hat{p}_0(r) \zeta_p^{-*}(r) \end{pmatrix} r dr, \quad (3.12a)$$

$$[\mathbf{N}]_{pn} = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \zeta_n^+(r) \zeta_p^{+*}(r) & \zeta_n^-(r) \zeta_p^{+*}(r) \\ \zeta_n^+(r) \zeta_p^{-*}(r) & \zeta_n^-(r) \zeta_p^{-*}(r) \end{pmatrix} r dr, \quad [\mathbf{p}_1]_p = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \hat{p}_1(r) \zeta_p^{+*}(r) \\ \hat{p}_1(r) \zeta_p^{-*}(r) \end{pmatrix} r dr, \quad (3.12b)$$

$$[\mathbf{Q}]_{pn} = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \chi_n^+(r) \chi_p^{+*}(r) & \chi_n^-(r) \chi_p^{+*}(r) \\ \chi_n^+(r) \chi_p^{-*}(r) & \chi_n^-(r) \chi_p^{-*}(r) \end{pmatrix} r dr, \quad [\mathbf{p}_2]_p = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \hat{p}_2(r) \chi_p^{+*}(r) \\ \hat{p}_2(r) \chi_p^{-*}(r) \end{pmatrix} r dr, \quad (3.12c)$$

$$[\mathbf{a}]_n = \begin{pmatrix} B_n^+ \\ B_n^- \end{pmatrix}. \quad (3.12d)$$

Wird die Modenanalyse in einem schallhart berandeten Kanalsegment durchgeführt, sind die radialen Eigenfunktionen bzgl. des zur Projektion verwendeten Skalarproduktes,

$$\int_{R_i}^{R_a} f_n(r) f_p^*(r) r dr = \delta_{pn} R_a^2, \quad (3.13)$$

orthogonal⁴. D.h., die Gleichungssysteme (3.11) zerfallen in $N+1$ voneinander unabhängige lineare Probleme. Die Matrizen $\mathbf{M}, \mathbf{N}, \mathbf{Q}$ sind dann blockdiagonal, z.B.:

$$[\mathbf{M}]_{pn} = 0 \quad \text{für} \quad p \neq n. \quad (3.14)$$

⁴Die Orthogonalität der radialen Eigenfunktionen ist nur bei schallharter Auskleidung des Strömungskanaals und Abwesenheit radialer Gradienten der mittleren Strömung gegeben.

Es tritt somit ausschließlich eine Kopplung zwischen der Modenamplitude A_n^+ der stromab und A_n^- der stromauf laufenden Kanalmode der selben radialen Modenordnung auf. Zur eindeutigen Bestimmung des Amplitudenvektors \mathbf{a} werden die Gleichungssysteme (3.11) mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate in ein Fehlerfunktional umformuliert:

$$f(\mathbf{a}) = \|\mathbf{M}\mathbf{a} - \mathbf{p}_0\|^2 + \|\mathbf{N}\mathbf{a} - \mathbf{p}_1\|^2 + \|\mathbf{Q}\mathbf{a} - \mathbf{p}_2\|^2. \quad (3.15)$$

Der Vektor \mathbf{a} wird durch Minimierung dieses Fehlerfunktionals bestimmt. Bei den Matrizen $\mathbf{M}, \mathbf{N}, \mathbf{Q}$ handelt es sich aufgrund ihrer Definition um hermitesche Matrizen. Von Ovenden und Rienstra wird die Ausnutzung dieser Eigenschaft zur Minimierung des Fehlerfunktionals (3.15) vorgeschlagen, welches sich in folgendes lineares Gleichungssystem umwandeln lässt:

$$(\mathbf{M}^2 + \mathbf{N}^2 + \mathbf{Q}^2)\mathbf{a} = \mathbf{M}\mathbf{p}_0 + \mathbf{N}\mathbf{p}_1 + \mathbf{Q}\mathbf{p}_2. \quad (3.16)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems kann mit Standardmethoden der numerischen Linearen Algebra bestimmt werden. Die gesuchten Modenamplituden A_n^\pm lassen sich durch die Verwendung von Gleichung (3.9a) aus dem Lösungsvektor \mathbf{a} ermitteln und definieren so eine analytische Beschreibung des Schallfeldes im Strömungskanal (Gl. (3.6)). Das beschriebene TPP Verfahren stellt eine wesentliche Verbesserung gegenüber früheren Verfahren zur Analyse von Simulationsergebnissen in Turbomaschinen dar, wie durch Anwendung auf realitätsnahe Problemstellungen demonstriert wurde (Ovenden und Rienstra [69]).

Zur Veranschaulichung des oben beschriebenen Modellierungsfehlers ist in Abbildung 3.6 der gesamte Kopplungsprozess am Beispiel der Kopplung von CFD- und CAA-Verfahren im Nebenstromkanal stromab einer Gebläsestufe skizziert. Die Amplituden A_n^+ der stromab laufenden Wellen entsprechen dem von der Gebläsestufe erzeugten Schallfeld. Die Amplituden A_n^- der stromauf laufenden Wellen resultieren aus der nicht ganz reflexionsfreien Randbedingung des CFD-Lösers. Auch bei Verwendung einer zusätzlichen Dämpfungsschicht zur Verbesserung des reflexionsarmen Abschlusses des Rechengebiets, kann das Auftreten der stromauf laufenden Schallwellen im Quellgebiet nicht grundsätzlich ausgeschlossen werden. Im Quellgebiet findet die Störungsausbreitung im Allgemeinen auf einer inhomogenen Hintergrundströmung statt, wobei zusätzlich zu akustischen Schwankungen auch Wirbelstärke- und Entropieschwankungen auftreten. Bei der Betrachtung einer Gebläsestufe können die Entropieschwankungen jedoch vernachlässigt werden. Angenommen die Kopplungszone liegt in einem Strömungsbereich des Quellgebiets, wo die Eulergleichungen ausreichend zur Beschreibung der Störungsausbreitung auf einer inhomogenen Hintergrundströmung sind, so kann auch für diese komplexere Problemstellung eine Basis aus Eigenlösungen bestimmt werden (Atassi und Galán [3], Vilenski und Rienstra [116]). Dies ist numerisch recht aufwendig und die Eigenschaften der Eigenlösungen erschweren deren Verwendung in einem

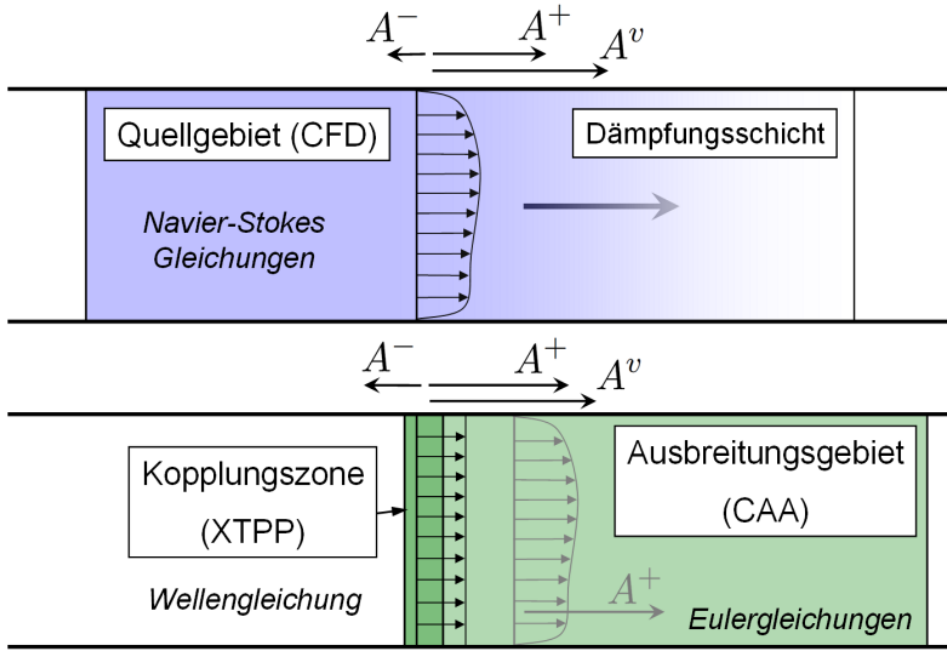


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung der Funktionsweise des modalen Ansatzes zur Extraktion der Schallwellen aus dem Quellgebiet.

Modenanalyseverfahren (Vilenski [115]). Die allgemeinen Aussagen bezüglich der Vollständigkeit und damit bezüglich der Approximationseigenschaften eines Basissystems aus Eigenlösungen sind dann nicht mehr gültig. Insbesondere geht die Orthogonalität der Eigenfunktionen verloren. Die Amplituden bzgl. dieser Basis aus physikalisch höherwertigen Eigenfunktionen würden sich natürlich von den Amplituden bzgl. der Basis aus Eigenfunktionen der konvektiven Wellengleichung unterscheiden, da in der Kopplungszone die Schallausbreitung durch Gleichung (3.6) auf einem Kolbenprofil beschrieben wird (Abb. 3.6). Durch die Anpassung zweier unterschiedlicher Modelle entsteht so der oben bereits erwähnte Modellierungsfehler. Die Schallquelle im Ausbreitungsgebiet wird in jedem Fall nur unter Verwendung der stromab laufenden Moden (A^+) rekonstruiert. Eine zusätzliche Fehlerquelle ergibt sich aus dem Auftreten von Wirbelstärkewellen in der CFD-Lösung, dargestellt durch die Amplituden A^v in Abbildung 3.6. Diese bleiben innerhalb des TPP-Verfahrens von Ovenden und Rienstra [69] gänzlich unberücksichtigt und haben das Potential, die Bestimmung der akustischen Modenamplituden erheblich zu stören und damit die Ergebnissqualität negativ zu beeinflussen.

3.3.2 Umgang mit Wirbelstärkewellen

Wirbelstärkewellen treten im Quellgebiet aufgrund der Schaufelbelastung und der reibungsinduzierten Nachläufe der Schaufelprofile auf und klingen in axialer

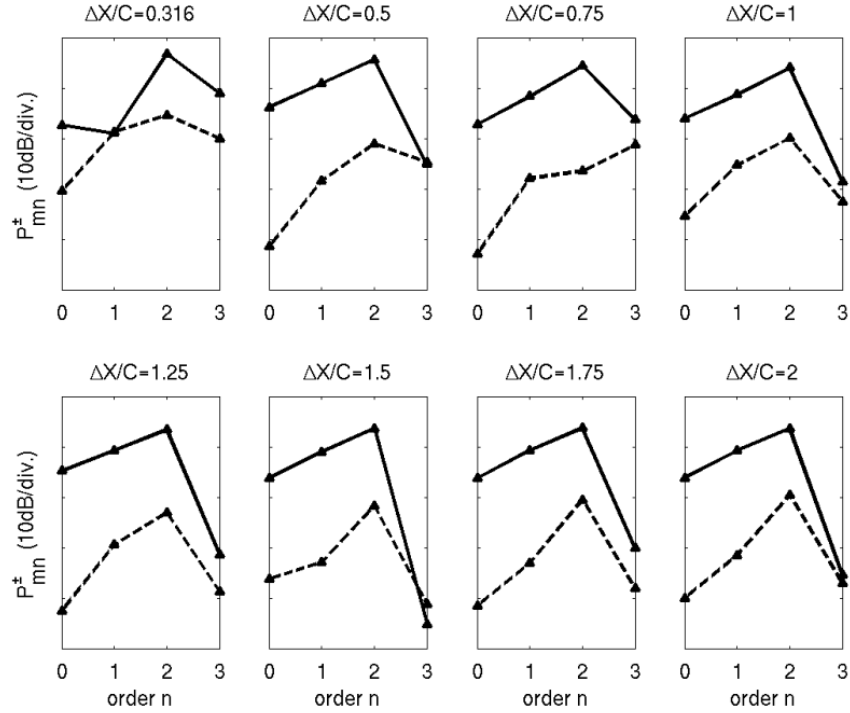


Abbildung 3.7: Entwicklung der Schalleistungsamplituden über acht verschiedene axiale Positionen, siehe Abb. 3.4, die mit dem TPP-Verfahren aus CFD-Daten bei BPF 2 berechnet wurden. Die Schalleistungsamplituden der stromauf laufenden Wellen sind gestrichelt dargestellt.

Richtung mit zunehmender Entfernung zu den Schaufelreihen ab. Die Auflösung der Wellenausbreitung stellt an einen CFD-Löser hohe Anforderungen und muss aufwändig durch ein feines Rechengitter und dem entsprechenden Rechenaufwand realisiert werden. Daher erwächst die Bestrebung, den Bereich der feinen Gitterauflösung, durch die eine physikalisch korrekte Abbildung der Wellenausbreitung realisiert werden kann, möglichst kurz zu halten. Insofern wird angestrebt, eine robuste Extraktion der Schallinformation aus dem Quellgebiet in geringem Abstand zur Schallquelle durchzuführen, also möglichst direkt hinter den Statorschaufeln der Gebläsestufe. Exemplarisch wird das TPP-Verfahren auf Ergebnisse einer URANS Simulation des DLR-UHBR Fans angewendet. Die URANS Simulation wurde bei einem Teillastpunkt (Approach) durchgeführt (mehr Details in Weckmüller *et al.* [122]). Abbildung 3.7 stellt die Schalleistungsamplituden⁵ der stromauf und stromab laufenden Kanalmoden bei der zweiten Blattfolgefrequenz an den acht in Abbildung 3.4 skizzierten Positionen dar. Abgebildet sind die Schalleistungsamplituden aller ausbreitungsfähigen Kanalmoden bei der azimuthalen Ordnungszahl $m = 6$. Diese haben die radialen Ordnungszahlen $n = 0, 1, 2, 3$. Auffällig ist, dass

⁵ Die von einer Kanalmode transportierte Schalleistung ist in Kapitel A.3, Gl. (A.30) definiert.

die Amplituden an Auswertepositionen mit einem Abstand von weniger als einer Sehnenlänge zu den Statorschaufeln teilweise erhebliche Unterschiede zwischen den einzelnen axialen Positionen aufweisen, wohingegen sich die Amplituden an Positionen, die mehr als eine Sehnenlänge stromab der Statorschaufeln liegen, kaum unterscheiden. Die Mode mit der größten radialen Ordnungszahl, $n = 3$, fällt bei dieser Betrachtung aus dem Rahmen, da ihre Amplituden deutlich stärker schwanken als die der anderen Kanalmoden. Die Ursache dafür ist der Verwendung des analytischen Modells der Kanalmoden zuzuschreiben. Eine Folge des entstehenden Modellierungsfehler ist unter anderem, dass die Grenze zwischen ausbreitungsfähigen und nicht ausbreitungsfähigen Moden, bestimmt durch den Cut-on Faktor (Gl. (A.26)), nur näherungsweise definiert werden kann. Die Kanalmode (6, 3) ist nach dem einfacheren Modell, welches die Schallausbreitung auf einem kolbenförmigen Strömungsprofil annimmt, gerade noch ausbreitungsfähig. Unter Verwendung eines höherwertigen Modells, zur Berücksichtigung der komplexen Hintergrundströmung ist diese nicht mehr ausbreitungsfähig (Kornow und Enghardt [49]), was den starken axialen Abfall erklärt. Aus den genannten Gründen wird die Kanalmode (6, 3) bei der folgenden Betrachtung ausgeklammert.

Das CFD-Gitter weist stromab der Statorschaufeln eine kontinuierliche Streckung in axialer Richtung auf, so dass die Fähigkeit des CFD-Verfahrens zur Auflösung der Wellenausbreitung mit zunehmendem Abstand zu den Statorschaufeln abnimmt. Anhand der Konvergenz der Schallleistungsamplituden mit wachsendem Abstand zeigt sich jedoch, dass die Gitterauflösung für die betrachteten Kanalmoden, zumindest für die stromab laufenden Schallwellen, ausreichend ist. Die axiale Wellenzahl und damit die axiale Wellenlänge von stromab und stromauf laufenden Schallwellen unterscheiden sich voneinander bei dem Auftreten einer mittleren Strömung (Gl. (A.25)), wobei die stromab laufenden Wellen eine größere Wellenlänge und damit eine geringere Dämpfung aufweisen. Der Erwartung nach sollten die Schallleistungsamplituden der stromauf laufenden Wellen mit größerem Abstand von ihrer Quelle, dem Rand des CFD Gebiets, eher abnehmen als das sie, wie in Abbildung 3.7 zu sehen ist, zunehmen. D.h., insgesamt nimmt der Fehler der Modenanalyse mit zunehmendem Abstand zur Schallquelle ab. Aufgrund der geringen axialen Machzahl ($M_x = 0.28$) ist die Wellenlänge der Wirbelstärkewellen ungefähr um einen Faktor vier kleiner als die Wellenlänge der akustischen Wellen, weswegen die numerische Dämpfung der Wirbelstärkewellen erheblich größer ist als die Dämpfung der Schallwellen. Zusätzlich wirkt die physikalisch motivierte Dissipation auf die Wirbelstärkewellen stärker ein, als dies bei den Schallwellen der Fall ist. Obige Argumentation zusammengefasst legt den Schluss nahe, dass die axialen Schwankungen der Leistungsamplituden bei geringen Abständen zu den Statorschaufeln durch das Druckfeld assoziiert mit den Wirbelstärkewellen hervorgerufen werden. In Abbildung 3.8 ist das Druckfeld im Quellgebiet an verschiedenen axialen Positionen dargestellt. Die Abnahme der kleinskaligen Wirbelstärkeschwankungen mit zunehmender Entfernung zu den Statorschaufeln ist deutlich zu erkennen.

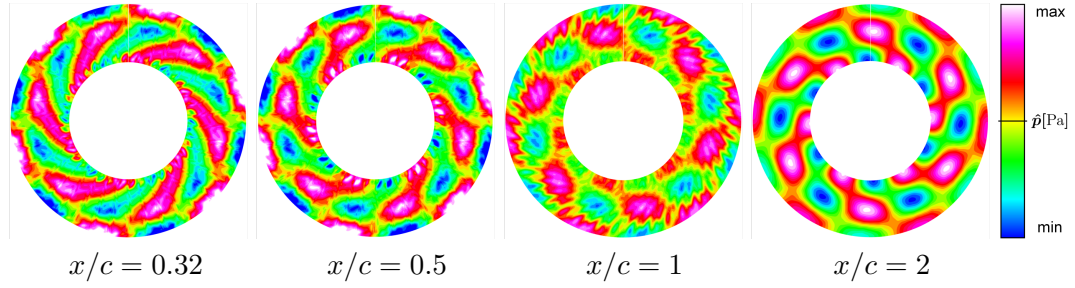


Abbildung 3.8: Druckschwankungen im CFD-Gebiet bei BPF 2 an verschiedenen axialen Positionen stromab des Stators (Abb. 3.4: Pos. 1,2,4 und 8) dargestellt jeweils an der Referenzebene x_0 .

Zur Verringerung der Anfälligkeit des Modenanalyseverfahrens gegenüber den oben beschriebenen Fehlerquellen sollten die Basisfunktionen zur Darstellung des Druckfeldes um eine Beschreibung der Wirbelstärkewellen erweitert werden. Sobald das radiale Profil der axialen Strömungsgeschwindigkeit berücksichtigt wird, erscheinen konvektierte Eigenfunktionen auf natürliche Weise als Teil des Spektrums der radialen Differentialgleichung. Diese konvektierten Lösungsanteile werden auch als aerodynamische Moden bezeichnet, da sie sich nicht schallartig relativ zur Grundströmung, sondern konvektiv mit der Grundströmung ausbreiten (Vilenski und Rienstra [116]). Der radiale Verlauf des Druckfeldes ergibt sich, wie oben aus einer Linearkombination der Eigenlösungen einer gewöhnlichen Differentialgleichung, nun aber mit veränderlichen Koeffizienten. Für den Fall einer konstanten Dichte ist dies die Pridmore-Brown Gleichung [76]. Anders als die konvektive Wellengleichung (Gl. (A.15)), bzw. deren radiale Komponente, die Besselsche DGL, ist die Pridmore-Brown Gleichung nicht selbstadjungiert, weswegen bestimmte allgemeine Aussagen über die Eigenschaften des Lösungsraums und damit der Eigenfunktionen nicht mehr gelten (Golubev und Atassi [33] oder Tam und Auriault [108]). Diese Eigenschaften sind jedoch für die Verwendung der Eigenfunktionen als Basisfunktionen zur Approximation des Lösungsraums im Rahmen des Modenanalyseverfahrens sehr wichtig (Vilenski [115]). Die Eigenfunktionen sind nicht mehr orthogonal, die konvektiven Eigenfunktionen neigen sogar dazu, fast linear voneinander abhängig zu sein (Abb. 5 in Vilenski [115]). Die dazugehörigen Eigenwerte sind nicht mehr diskret sondern kontinuierlich und beschreiben eine konvektive Ausbreitung mit der lokalen Strömungsgeschwindigkeit. Die Konvergenz der Reihenentwicklung (Gl. (3.8)) kann nicht mehr garantiert werden. Die Beschränkung der unendlichen Summe auf eine Partialsumme entbehrt einer mathematisch fundierten Begründung. Es zeigt sich, dass die Approximationsgüte und damit die Ergebnissqualität durch Reduktion der Anzahl der konvektiven Basisfunktionen bis zu einem gewissen Punkt sogar verbessert werden kann (Details dazu in Ovenden und Rienstra [68] und Vilenski [115]).

Interessant dabei ist, dass die punktweise Konvergenz⁶ im wandnahen Bereich durch die Verwendung unterschiedlicher Basissysteme aufgrund unterschiedlicher Hintergrundströmungen bzw. durch die Hinzunahme des konvektiven Spektrums beeinflusst werden kann. Im wandfernen Bereich ist die punktweise Konvergenz jedoch unabhängig von der Wahl der Hintergrundströmung und damit auch der Basis aus Eigenlösungen und scheint für das verwendete Fehlermaß den wesentlichen Anteil am Gesamtfehler auszumachen (Abb. 6 und 7 in Vilenski [115]). Besonders interessant ist dabei, dass die Approximationsgüte der Modenanalyse durch die Verwendung des akustischen Teils des Spektrums der Pridmore-Brown Gleichung gegenüber der Verwendung des Spektrums der konvektiven Wellengleichung nicht beeinflusst wird. Ein höherwertiges Modell für die Schallausbreitung im Kanal wird also nur bedingt zu einer Verbesserung des Verfahrens führen. Dies kann hauptsächlich auf zwei Gründe zurückgeführt werden:

1. Die konvektiven Eigenfunktionen weisen nur im wandnahen Bereich relevante Werte auf. Wie oben beschrieben ist die physikalische Ursache für die aerodynamische Schwankungen in den Nachläufen der Rotor und Statorschaufeln zu finden, welches sich über die gesamte Kanalhöhe erstrecken. Die Modellerweiterung durch die Berücksichtigung des radiale Geschwindigkeitsprofil ist in einem weiten radialen Bereich letztendlich nicht wirksam.
2. Werden die radialen Eigenfunktionen fast linear abhängig so ergeben sich aufgrund der Definition der Matrizen $\mathbf{M}, \mathbf{N}, \mathbf{Q}$ (Gl. (3.12)) fast linear abhängige Zeilen und Spalten. Dies führt zu einer sehr großen Konditionszahl der Matrizen, was die Lösbarkeit des Gleichungssystems erschwert bzw. unmöglich machen kann. Zudem wird die Minimierung des Fehlerfunktional (Gl. (3.15)) durch Umwandlung in die so genannte Normalengleichung (3.16) vorgenommen. Durch die Quadrierung der Matrizen in diesem Schritt quadriert sich auch deren Konditionszahl, mit entsprechend negativen Konsequenzen auf die Lösbarkeit des Gleichungssystems (Saad [84]), falls die ursprüngliche Systemmatrix bereits schlecht konditioniert ist.

Allein aus der Erweiterung des Modells für die Schallausbreitung auf ein radiales Profil der axialen Strömungsgeschwindigkeit entstehen die beschriebenen Schwierigkeiten bei der Anwendung des Modenanalyseverfahrens. Es existieren Arbeiten unterschiedlicher Arbeitsgruppen zur Störungsausbreitung auf noch allgemeineren Hintergrundströmungen, so z.B. für drallbehaftete Strömungen (Cooper und Peake [13], Golubev und Atassi [32, 33], Tam und Auriault [108]) oder Überlagerungen aus einem beliebigen radialen Verlauf von Drall und axialer Geschwindigkeit (Atassi [2]). Es kann jedoch davon ausgegangen werden, dass bei direkter Verwendung der entsprechenden Eigenfunktionen im Rahmen eines Modenanalyseverfahrens ähnliche

⁶Der Begriff der punktweisen Konvergenz ist in dem Bereich der Funktionenfolgen gebräuchlich, um die Konvergenz einer Folge an einem bestimmten Punkt des Definitionsbereichs von der gleichmäßigen Konvergenz über dem gesamten Definitionsbereich abzugrenzen. Eine mathematisch exakte Definition wird z.B. von Heuser [40] gegeben.

Probleme entstehen, welche die Ergebnissqualität negativ beeinflussen. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Eigenlösungen der linearen Eulergleichungen mit zunehmender Komplexität der Hintergrundströmung Eigenschaften ausbilden, welche sich auf das Modenanalyseverfahren ungünstig auswirken. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher ein anderer Ansatz gewählt.

3.3.3 Das erweiterte TPP-Verfahren (XTPP)

Im Allgemeinen besitzen die Eigenlösungen eines linearen Differentialoperators eine physikalisch anschauliche Interpretation, da sie die voneinander unabhängigen Komponenten der Eigendynamik eines schwingungsfähigen Systems darstellen. Die Anfangsbedingung des schwingungsfähigen Systems kann in eine Basis aus Eigenfunktionen entwickelt werden. Die Anregung stabiler bzw. instabiler Komponenten des Gesamtsystems kann so sehr einfach beurteilt werden. Abhängig von den Eigenschaften des Differentialoperators können die Eigenfunktionen, wie oben beschrieben, Eigenschaften ausbilden, welche ihre Verwendung als Basissystem quasi unmöglich macht. Wird der Anspruch der physikalischen Interpretierbarkeit der einzelnen Basisfunktionen aufgegeben, kann die Entwicklung des Druckfeldes im Quellgebiet (Gl. (3.8)) anstatt in einem Basissystem aus Eigenlösungen in einem beliebigen Basissystem erfolgen, wenn dieses im Sinne der Konvergenz der Fourierreihe eine geeignete Approximation des Lösungsraums des Differentialoperators darstellt. Das Modenanalyseverfahren kann grundsätzlich in zwei Schritte eingeteilt werden:

1. Definition eines (analytischen) Modells zur Beschreibung der Störungsausbreitung im Strömungskanal und
2. Projektion der Störungsgrößen des Quellgebiets in das Basissystem des (analytischen) Modells.

Wie im vorherigen Kapitel gezeigt wurde, führt eine Verbesserung des Modells zur Störungsausbreitung nicht unbedingt zu einer Verbesserung der Ergebnisse der Gesamtmethode. Vielmehr sollten bei der Definition des Modells zur Störungsausbreitung dessen Approximationseigenschaften des Lösungsraums der Differentialgleichung beachtet werden, da diese für die anschließende Modenanalyse von großer Bedeutung sind.

Das TPP-Verfahren wird nun insofern erweitert, dass unabhängig von der Hintergrundströmung das Basissystem aus einem akustischen und einem konvektiven Teil zusammengesetzt wird. Der akustische Teil des Basissystems wird aus den Eigenfunktionen der konvektiven Wellengleichung zusammen mit der axialen Wellenzahl, aus der Dispersionsrelation folgend, gebildet (Kap. A.3). Der konvektive Teil des Basissystems wird aus dem akustischen Teil konstruiert, indem dieselben radialen Basisfunktionen mit einer konvektiven (axialen) Wellenzahl kombiniert werden⁷. Die konvektive (axiale) Wellenzahl ergibt sich aus der Freifeldwellenzahl

⁷Zur Approximation des radialen Verlaufs der aerodynamischen Schwankungen könnte prinzipiell auch ein beliebiges anderes Basissystem verwendet werden, so z.B. Sinus und Cosinus Funktionen.

3.3 Rekonstruktion der Schallquelle im Ringraum

und der axialen Machzahl zu:

$$k_x^v = \frac{k}{M_x} . \quad (3.17)$$

Diese ist anders als die axiale Wellenzahl der akustischen Moden nicht von der radialen Ordnungszahl n abhängig und immer reell, d.h. es existieren keine axial abklingenden Anteile im konvektiven Teil des Basissystems. Die Reihenentwicklung für das Druckfeld an den drei Ebenen kann dann wie folgt geschrieben werden:

$$\hat{p}_0(r) = \sum_{n=0}^N (A_n^\pm + A_n^v) f_n(r) , \quad (3.18a)$$

$$\hat{p}_1(r) = \sum_{n=0}^N \left(A_n^\pm e^{ik_{x,n}^\pm(x_1-x_0)} + A_n^v e^{ik_x^v(x_1-x_0)} \right) f_n(r) , \quad (3.18b)$$

$$\hat{p}_2(r) = \sum_{n=0}^N \left(A_n^\pm e^{ik_{x,n}^\pm(x_2-x_0)} + A_n^v e^{ik_x^v(x_2-x_0)} \right) f_n(r) . \quad (3.18c)$$

Die Skalierung der Basisfunktionen wird analog zum TPP-Verfahren anhand Gleichung (3.9) durchgeführt. Da die konvektive Wellenzahl k_x^v nicht komplex werden kann, wirkt sich die Skalierung nur auf die nicht ausbreitungsfähigen akustischen Basisfunktionen aus. Das lineare Gleichungssystem zerfällt durch die Orthogonalität der Basisfunktionen in $N+1$ voneinander unabhängige 3×3 Systeme. Eine Kopplung der Amplituden existiert nur innerhalb derselben radialen Ordnung n . Die Amplituden der stromab und stromauf laufenden akustischen Wellen sind einzig mit der Amplitude der konvektiven Schwankungen mit demselben n gekoppelt. Die Einträge der Matrizen und Vektoren ergeben sich zu:

$$[\mathbf{M}]_{pn} = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \xi_n^+(r) \xi_p^{+*}(r) & \xi_n^-(r) \xi_p^{+*}(r) & \xi_n^v(r) \xi_p^{+*}(r) \\ \xi_n^+(r) \xi_p^{-*}(r) & \xi_n^-(r) \xi_p^{-*}(r) & \xi_n^v(r) \xi_p^{-*}(r) \\ \xi_n^+(r) \xi_p^{v*}(r) & \xi_n^-(r) \xi_p^{v*}(r) & \xi_n^v(r) \xi_p^{v*}(r) \end{pmatrix} r dr , \quad (3.19a)$$

$$[\mathbf{N}]_{pn} = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \zeta_n^+(r) \zeta_p^{+*}(r) & \zeta_n^-(r) \zeta_p^{+*}(r) & \zeta_n^v(r) \zeta_p^{+*}(r) \\ \zeta_n^+(r) \zeta_p^{-*}(r) & \zeta_n^-(r) \zeta_p^{-*}(r) & \zeta_n^v(r) \zeta_p^{-*}(r) \\ \zeta_n^+(r) \zeta_p^{v*}(r) & \zeta_n^-(r) \zeta_p^{v*}(r) & \zeta_n^v(r) \zeta_p^{v*}(r) \end{pmatrix} r dr , \quad (3.19b)$$

$$[\mathbf{Q}]_{pn} = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \chi_n^+(r) \chi_p^{+*}(r) & \chi_n^-(r) \chi_p^{+*}(r) & \chi_n^v(r) \chi_p^{+*}(r) \\ \chi_n^+(r) \chi_p^{-*}(r) & \chi_n^-(r) \chi_p^{-*}(r) & \chi_n^v(r) \chi_p^{-*}(r) \\ \chi_n^+(r) \chi_p^{v*}(r) & \chi_n^-(r) \chi_p^{v*}(r) & \chi_n^v(r) \chi_p^{v*}(r) \end{pmatrix} r dr , \quad (3.19c)$$

$$[\mathbf{p}_0]_p = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \hat{p}_0(r) \xi_p^{+*}(r) \\ \hat{p}_0(r) \xi_p^{-*}(r) \\ \hat{p}_0(r) \xi_p^{v*}(r) \end{pmatrix} r dr, \quad (3.19d)$$

$$[\mathbf{p}_1]_p = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \hat{p}_1(r) \zeta_p^{+*}(r) \\ \hat{p}_1(r) \zeta_p^{-*}(r) \\ \hat{p}_1(r) \zeta_p^{v*}(r) \end{pmatrix} r dr, \quad (3.19e)$$

$$[\mathbf{p}_2]_p = \int_{R_i}^{R_a} \begin{pmatrix} \hat{p}_2(r) \chi_p^{+*}(r) \\ \hat{p}_2(r) \chi_p^{-*}(r) \\ \hat{p}_2(r) \chi_p^{v*}(r) \end{pmatrix} r dr, \quad (3.19f)$$

$$[\mathbf{a}]_n = \begin{pmatrix} B_n^+ \\ B_n^- \\ B_n^v \end{pmatrix}. \quad (3.19g)$$

Durch die Orthogonalität der Basisfunktionen bleibt die Konditionszahl der Matrizen $\mathbf{M}, \mathbf{N}, \mathbf{Q}$ bei geeignetem Ebenenabstand⁸ in einem numerisch vertretbaren Rahmen. Daher kann wie in der ursprünglichen Variante des TPP-Verfahrens die Lösung des Gleichungssystems nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate durch Umwandlung in die Normalengleichung erfolgen, ohne Ungenauigkeiten bei der Lösung des Gleichungssystems erwarten zu müssen. Die Eigenschaften der so definierten „eXtended-Triple-Plane-Pressure Mode Matching“ Methode werden durch Anwendung auf den bereits in Kapitel 3.3.2 besprochenen Datensatz demonstriert. Anhand Abbildung 3.9 und Abbildung 3.10 wird die Einfluss der

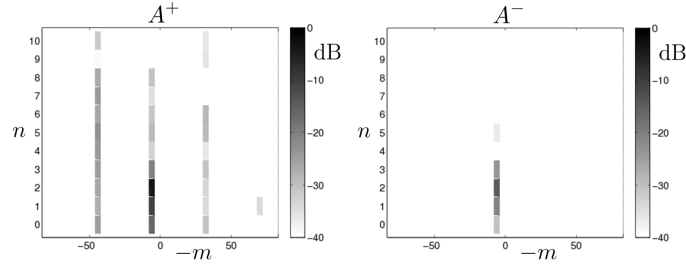


Abbildung 3.9: Amplituden der Tyler-Sofrin Moden bei BPF 2 ermittelt mit dem TPP-Verfahren bei einer axialen Entfernung von einer Sehnenlänge stromab der Statorschaufeln.

Verfahrenserweiterung qualitativ veranschaulicht. Die Rotornachläufe, welche bei BPF 2 bei der azimuthalen Modenordnung $m = 44$ auftreten, werden durch die

⁸ Der Abstand der drei Ebenen zueinander sollte deutlich kleiner als die kleinste auftretende axiale Wellenlänge sein.

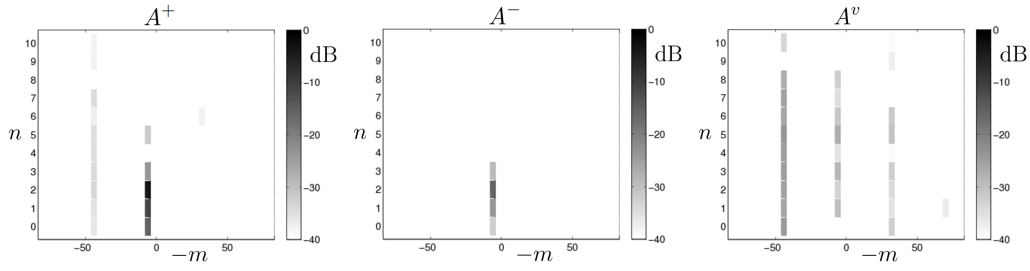


Abbildung 3.10: Amplituden der Tyler-Sofrin Moden und der konvektiven Komponenten bei BPF 2 ermittelt mit dem XTPP-Verfahren bei einer axialen Entfernung von einer Sehnenlänge stromab der Statorschaufeln.

Verfahrenserweiterung richtigerweise als konvektive Komponenten und nicht mehr als nicht ausbreitungsfähige Kanalmoden identifiziert. Insgesamt sind die Pegel der nicht ausbreitungsfähigen Kanalmoden erheblich reduziert worden, da diese großteils als konvektive Komponenten erkannt wurden. Die physikalische Interpretation der Daten wird durch die Verfahrenserweiterung erheblich vereinfacht, da ein gleichmäßiges Auftreten von stromab laufenden „Cut-off“-Moden bei quasi allen radialen Ordnungen in einer Entfernung von einer Sehnenlängen stromab der Statorschaufeln unplausibel ist. Würde es sich tatsächlich um nicht ausbreitungsfähige Kanalmoden handeln so sollten deren Beiträge zum Druckfeld abhängig von deren „Cut-on“-Faktor exponentiell mit dem axialen Abstand zur Anregung abnehmen. Die Unterschiede bei den ausbreitungsfähigen Kanalmoden (6,0), (6,1) und (6,2) sind an dieser axialen Position (eine Sehnenlänge stromab des Stators) verschwindend gering.

In Abbildung 3.11 sind die Schalleistungsamplituden⁹ der stromauf und stromab laufenden Schallwellen, welche mit dem TPP bzw. XTPP-Verfahren berechnet wurden, an den acht axialen Positionen dargestellt. Die Amplituden A_n^v der konvektiven Anteile sind nicht abgebildet, da die einzelnen azimuthalen und radialen Ordnungen für sich genommen keine physikalische Bedeutung besitzen und weiterhin natürlich keinen Beitrag zur Schalleistung liefern. Der axiale Verlauf der Schalleistungsamplituden wurde durch die Modellerweiterung erheblich vergleichmäßigt. An axialen Positionen mit einem Abstand von mehr als einer Sehnenlänge stromab des Stators unterscheiden sich die Ergebnisse von TPP und XTPP-Verfahren bei den ausbreitungsfähigen Moden kaum voneinander. Die Wirbelstärkewellen sind in diesem Bereich bereits so weit dissipiert, dass diese auch auf die Ergebnisse des TPP-Verfahrens keinen störenden Einfluss ausüben. Die Ergebnisse der Modenanalyse werden also in Bereichen, wo die Wirbelstärkewellen vernachlässigt werden können, durch die Modellerweiterung nicht beeinflusst. An Analyseebenen mit einem Abstand kleiner als eine Sehnenlänge zu den Statorschaufeln werden die

⁹ Die von einer Kanalmode transportierte Schalleistung ist in Kapitel A.3, Gl. (A.30) definiert.

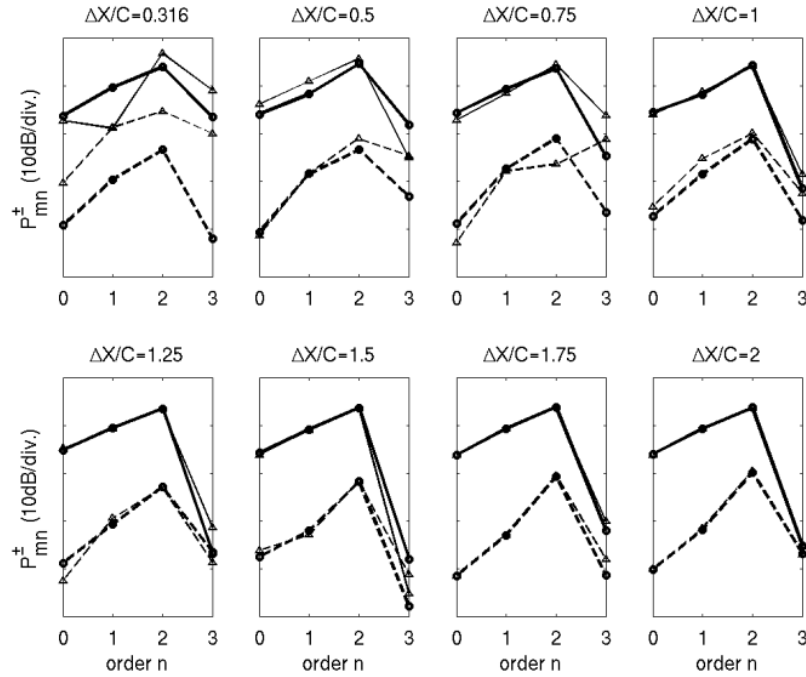


Abbildung 3.11: Entwicklung der Schalleistungsamplituden über acht verschiedene axiale Positionen, siehe Abb. 3.4. Berechnet mit dem TPP(Δ) bzw. XTPP(O) Verfahren aus CFD Daten bei BPF 2. Die Schalleistungsamplituden der stromauf laufenden Wellen sind gestrichelt dargestellt.

Schalleistungsamplituden durch die Modellerweiterung in der Art korrigiert, dass deren axialer Verlauf deutlich vergleichmäßigt wird. Die Schalleistungsamplituden der stromab laufenden Kanalmoden konvergieren dabei mit steigendem axialen Abstand zu den Statorschaufeln etwas schneller gegen einen festen Wert als dies bei den stromauf laufenden Kanalmoden der Fall ist. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Schalleistungsamplituden der stromauf laufenden Kanalmoden deutlich geringere Werte aufweisen als die der stromab laufenden Moden. Die relative Stärke der Wirbelstärkewellen ist gegenüber den stromauf laufenden Kanalmoden deutlich größer, weswegen diese auch stärker gestört werden. Dieses Verhalten tritt bei dem ursprünglichen TPP-Verfahren in stärkerem Maße auf und konnte durch die Modellerweiterung wesentlich reduziert werden. Abbildung 3.12 zeigt dieselben Ergebnisse, wobei die Schalleistungsamplituden an den acht axialen Positionen übereinander aufgetragen wurden. Die axiale Schwankung der berechneten Schallleistung der Kanalmoden mit den radialen Ordnungen $n = 0, 1, 2$, wurde durch die Modellerweiterung deutlich reduziert. Bei Verwendung des TPP-Verfahrens schwanken die Schalleistungsamplituden der dominanten stromab laufenden Schallwellen um ca. 5 dB zwischen den verschiedenen axialen Positionen mit einem Abstand von

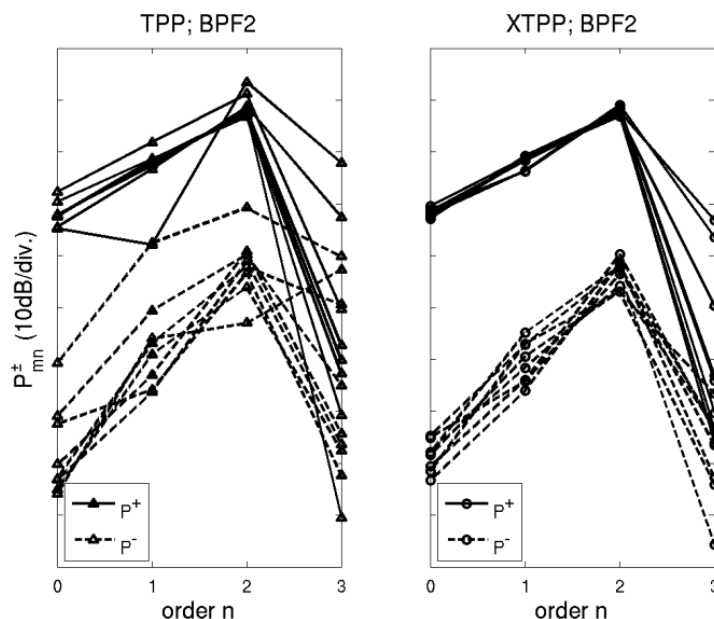


Abbildung 3.12: Entwicklung der Leistungsamplituden über acht verschiedene axiale Positionen (Abb. 3.4). Berechnet mit dem TPP bzw. XTPP-Verfahren aus CFD-Daten bei der zweiten Blattfolgefrequenz.

weniger als einer Sehnenlänge stromab des Stators. Durch die Modellerweiterung werden diese Schwankungen auf ca. 2 dB reduziert. Auch die Schwankung der stromauf laufenden Schallwellen konnte durch die Modellerweiterung erheblich reduziert werden, jedoch bleiben diese auf einem relativ hohen Niveau von ca. 10 dB. Dies stellt den Modellierungsfehler des Modenanalyseverfahren bei Verwendung des Spektrums der konvektiven Wellengleichung mit der oben beschriebenen Modellerweiterung dar. Dieser Restfehler ist für das Gesamtverfahren unkritisch, da das Druckfeld der stromauf laufenden Schallwellen um ca. zwei Größenordnungen schwächer ist als das Druckfeld der stromab laufenden Schallwellen und nur die Amplituden der stromab laufenden Schallwellen zur Rekonstruktion der Schallquelle im Ausbreitungsgebiet verwendet werden. Die Schallleistungsamplituden der (6,3)-Mode fallen bei dieser Betrachtung, wie oben geschildert, etwas aus dem Rahmen. Durch die Modellerweiterung wurden ihre Schwankungen im axialen Verlauf etwas reduziert. Nun ist deutlich zu erkennen, dass die Leistungsamplitude der stromab laufenden Mode bis zu einem axialen Abstand von ca. 1,25 Sehnenlängen abfällt, um sich dann bei recht kleinen Werten einzupegeln. Dies untermauert obige Schlußfolgerung, dass diese Mode auf der inhomogenen Hintergrundströmung nicht ausbreitungsfähig ist und nur durch die Verwendung des einfacheren Modells als ausbreitungsfähig betrachtet wird.

Wie eingangs erwähnt, sind die Funktionen zur Approximation des Lösungsraums des Wellenoperators auf der inhomogenen Hintergrundströmung keine Eigenfunktionen des Differentialoperators mehr, sondern mehr oder weniger beliebige Basisfunktionen. Genau genommen stellen daher weder die akustischen Amplituden A_n^\pm noch die konvektiven Amplituden A_n^v eigenständigen Strukturen bzgl. der Wellenausbreitung im Strömungskanal dar. Anhand Abbildung 3.11 und Abbildung 3.12 kann jedoch gezeigt werden, dass die Amplituden der dominanten, stromab laufenden Kanalmoden in axialer Richtung kaum schwanken¹⁰. Daher wird davon ausgegangen, dass die Eigenfunktionen der konvektiven Wellengleichung für das vorliegende Grenzschichtprofil eine geeignete Approximation des akustischen Teils des Spektrums der Pridmore-Brown Gleichung darstellen. Diese Aussage wird auch von den Ergebnis-

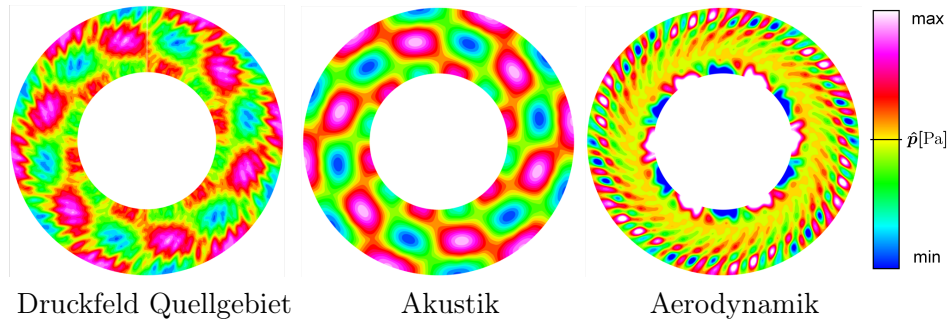


Abbildung 3.13: Gegenüberstellung der CFD-Rohdaten und der rekonstruierten akustischen bzw. aerodynamischen Schwankungen. Die aerodynamischen Schwankungen sind zur besseren Sichtbarkeit gegenüber der Akustik zehnfach verstärkt dargestellt. Zur Rekonstruktion der Störungsfelder wurden alle azimuthalen Ordnungen bei BPF 2 verwendet.

sen von Vilenski [115] unterstützt. Mit den konvektiven Basisfunktionen verhält es sich etwas anders. Der konvektive Teil des Basissystems ist aus der Perspektive des Differentialoperators willkürlich konstruiert, um die Eigenschaften der Modenanalyse zu verbessern. Die Summe der konvektierten Komponenten (mit den Amplituden A_n^v gewichtete Basisfunktionen) über alle radiale und azimuthale Modenordnungen ergibt eine Rekonstruktion des Druckfeldes der Wirbelstärkewellen. Dies ist in Abbildung 3.13 für die zweite Blattfolgefrequenz dargestellt. Das akustische Druckfeld ist im Vergleich zu den Rohdaten deutlich entrauscht. Im aerodynamischen Druckfeld sind bei BPF 2 hauptsächlich die Azimutalordnungen $m = 6$ und $m = 44$ enthalten. Die Azimutalordnung 44 entspricht direkt der Anzahl der 22 Nachläufe der Rotor-schaufeln multipliziert mit zwei (BPF 2). Diese sind insbesondere im Bereich des Kopfspaltwirbels und des Schaufelfußes durch die 38 Statorschaufeln moduliert, wodurch sich Komponenten mit der Azimutalordnung 6 im aerodynamischen Druckfeld ergeben (Tyler und Sofrin [114]).

¹⁰Die von einer Kanalmode transportierte Schalleistung ändert sich für eine langsam veränderliche Geometrie und Hintergrundströmung kaum, solange keine Reflexion oder Streuung in andere radiale Ordnungen auftritt. Für beliebige Basisfunktionen ist dies i.A. nicht der Fall.

3.4 Effiziente Anbindung des Fernfeldverfahrens

Für die Ausbreitung der CFD- bzw. CAA-Ergebnisse ins Fernfeld sind im Rahmen dieser Arbeit drei potentielle Anwendungsfälle von Interesse, die Abstrahlung der Schallwellen vom Einlauf oder der Düse eines Turbofan und die Schallabstrahlung von einem offenen Rotor. In den ersten beiden Fällen ist eine Kopplung zwischen dem CAA-Verfahren und der FW-H-Methode herzustellen. Das CAA-Verfahren PIANO berechnet die Schallausbreitung im Zeitbereich im ruhenden Bezugssystem. In dem Rechengebiet des CAA-Verfahrens wird nun in geeigneter Weise eine Kontrollfläche platziert. Dabei sollten Überlegungen, analog zu jenen in Kapitel 2.3.3, berücksichtigt werden. Die Schwankungsgrößen werden unter Verwendung einer trilinearen Interpolation (Kap. 3.2) auf die Kontrollfläche übertragen und mit dem konvektiven FW-H-Verfahren im Zeit- oder Frequenzbereich ins Fernfeld ausgebreitet. Für den Fall der Schallabstrahlung von offenen Rotoren muss die Kopplung zu dem CFD-Verfahren TRACE realisiert werden. Nachdem die CFD-Ergebnisse ins ruhende Bezugssystem übertragen worden sind (Kap. 3.1), ist die Anwendung des konvektiven FW-H-Verfahrens, so wie dieses in Kapitel 2.3 beschrieben ist, ohne weiteres möglich. Als Eigenart des Rotoreigen- und Interaktionslärms ergibt sich jedoch neben dem diskreten Spektrum in der Frequenz ein daran gekoppeltes diskretes Spektrum der Umfangsordnung (Tyler und Sofrin [114]). Dies motiviert zum einen den Übergang in den Frequenzbereich und zum anderen eine weitere Umformulierung des FW-H-Verfahrens, welche im Folgenden vorgestellt wird. Im Rahmen der (m, ω) -Transformation der CFD-Lösung aus dem rotierenden ins ruhende Bezugssystem werden die Schwankungsgrößen in eine Fourierreihe bezüglich der Umfangsrichtung entwickelt. Es bietet sich daher an, die Fernfeldintegration direkt auf den Komponenten der Fourierreihe aufzubauen.

3.4.1 FW-H-Formulierung für axialsymmetrische Integrationsflächen

Ausgehend von der konvektiven FW-H-Formulierung im Frequenzbereich (Gl. (2.2)) wird im Folgenden eine Umformulierung des Verfahrens für axialsymmetrische Integrationsflächen vorgestellt (Weckmüller *et al.* [124]). Durch eine Funktion $r(y_1)$ wird eine Kurve in der $(\underline{e}_1, \underline{e}_2)$ -Ebene definiert. Diese wird um die \underline{e}_1 -Achse rotiert und erzeugt so eine axialsymmetrische Integrationsfläche (Abb. 3.14). Der Winkel zwischen der erzeugenden Kurve und der \underline{e}_1 -Achse ergibt sich zu:

$$\psi_s = \tan^{-1} \left(\frac{d}{dy_1} r(y_1) \right).$$

Unter Verwendung von ψ_s wird der Normalenvektor der axialsymmetrischen Integrationsfläche definiert:

$$\underline{n} = -\sin \psi_s \underline{e}_1 + \cos \psi_s \cos \theta \underline{e}_2 + \cos \psi_s \sin \theta \underline{e}_3.$$

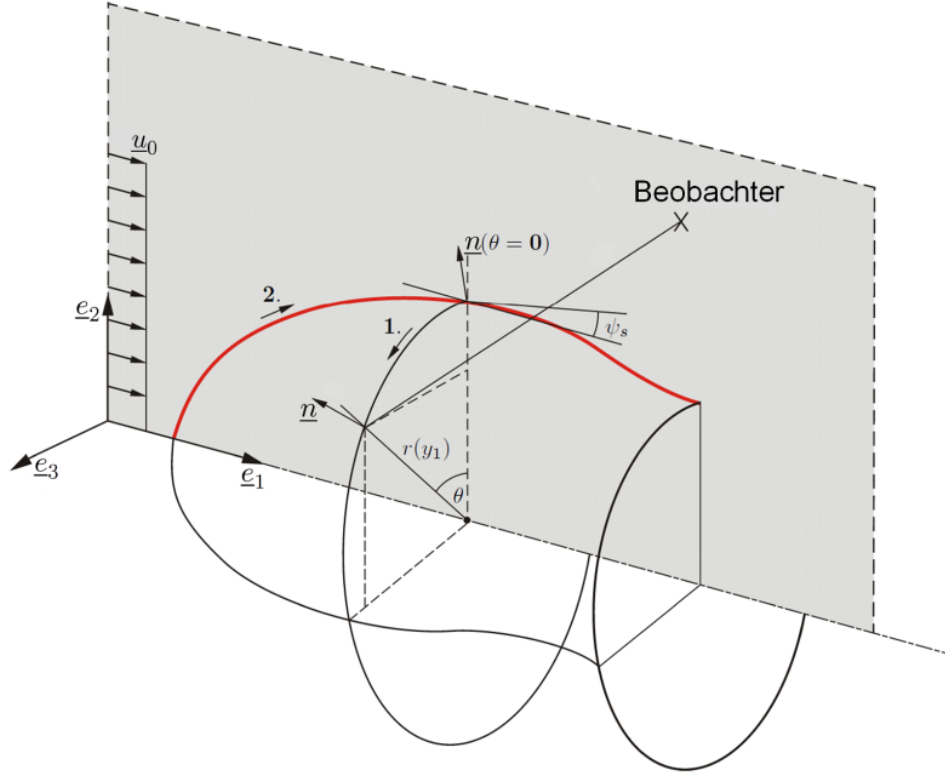


Abbildung 3.14: Definition der axialsymmetrischen Integrationsfläche: Durch die Funktion $r(y_1)$ wird eine Kurve in der $(\underline{e}_1, \underline{e}_2)$ -Ebene beschrieben (rote Linie). Durch Rotation dieser Kurve um die \underline{e}_1 -Achse wird eine axialsymmetrische Fläche erzeugt.

Diese Definition ist gültig, solange der Radius der Fläche als stetige Funktion $r(y_1)$ beschrieben werden kann. Andernfalls kann das Normalenvektorfeld direkt aus den Koordinaten der erzeugenden Kurve bestimmt werden. Die Position auf der Kurve C wird durch den Bahnparameter s beschrieben. Die Quellposition auf der Oberfläche wird nicht länger durch die kartesischen Koordinaten (y_1, y_2, y_3) beschrieben, sondern in ein Zylinderkoordinatensystem (y_1, r, θ) transformiert. Dabei sind die Koordinaten y_1 und r nicht unabhängig voneinander, sondern ergeben sich aus dem Kurvenparameter s . Die Position des Beobachters im Fernfeld hingegen wird weiterhin in kartesischen Koordinaten (x_1, x_2, x_3) beschrieben. Die Emissionskoordinaten ergeben sich damit zu (siehe Kap. 2.3.1):

$$\begin{aligned} R^* &= \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (1 - M^2)((x_2 - r \cos \theta)^2 + (x_3 - r \sin \theta)^2)}, \\ R_e &= \frac{R^* - Mr_1}{1 - M^2}, \\ R_e D_f &= R^*, \end{aligned}$$

wobei $r = \sqrt{y_2^2 + y_3^2}$ gilt. Für die benötigte räumliche Ableitung des Emissionsradius folgt:

$$\underline{\Gamma}_1 = \frac{1}{R^*} \begin{pmatrix} \frac{x_1 - y_1 - MR^*}{1 - M^2} \\ x_2 - r \cos \theta \\ x_3 - r \sin \theta \end{pmatrix}.$$

Sämtliche Variablen der CFD-Lösung werden in eine Fourierreihe bezüglich der Umfangsrichtung θ entwickelt. Hier ist dies beispielhaft für die Geschwindigkeit gezeigt:

$$\hat{\underline{u}}(s, \theta) = \sum_m \hat{\underline{u}}^m(s) e^{im\theta}.$$

Nachdem die Fourierentwicklung der einzelnen Schwankungsgrößen in Gleichung (2.2) eingesetzt wurde, kann das Flächenintegral in eine Summe von doppelten Linienintegralen umgeformt werden. Das komplexe Drucksignal im Fernfeld ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \hat{p} \frac{-4\pi}{ik} &= \sum_m \int_C \rho_0 \hat{\underline{u}}^m \cdot \left(\int_0^{2\pi} \frac{\underline{\Gamma}_1 \underline{n}}{R_e D_f} e^{i(m\theta + kR_e)} d\theta \right) \cdot \underline{u}_0 r ds \\ &+ \sum_m \int_C (\rho_0 \hat{\underline{u}}^m + \hat{p}^m \underline{u}_0) \cdot \left(\int_0^{2\pi} \frac{c_0 - \underline{u}_0 \cdot \underline{\Gamma}_1}{R_e D_f} \underline{n} e^{i(m\theta + kR_e)} d\theta \right) r ds \\ &+ \sum_m \int_C \hat{p}^m \left(\int_0^{2\pi} \frac{\underline{\Gamma}_1 \cdot \underline{n}}{R_e D_f} e^{i(m\theta + kR_e)} d\theta \right) r ds. \end{aligned}$$

Für zylindrische Integrationsflächen gilt dabei $ds = dy_1$ oder $ds = dr$. Bei der numerischen Implementierung der Methode wird sowohl das Kurvenelement ds als auch der Normalenvektor der Oberfläche \underline{n} direkt aus den Koordinaten der Oberfläche bzw. der erzeugenden Kurve bestimmt. Die Umfangsabhängigkeit der CFD-Daten ($e^{im\theta}$) und die jeweilige Quell-Beobachterbeziehung werden in den inneren Linienintegralen zusammengefasst. Da es sich bei den jeweiligen Integranden um analytisch bekannte Funktionen handelt, ergibt sich die Möglichkeit der freien Wahl der Integrationspunkte zu deren Auswertung. Die Lösungen der inneren Linienintegrale sind komplexwertige Funktionen über der Kurve C . Ihr Wert an einem Punkt der Kurve C stellt die Abstrahleffizienz einer Ringquelle in Richtung des Beobachters im Fernfeld dar. Diese wichten die komplexwertigen Verläufe der azimuthal zerlegten CFD-Daten entlang der Integrationslinie C und werden daher als Gewichtsfunktionen bezeichnet. Die drei auftretenden Gewichtsfunktionen sind wie folgt definiert:

$$\underline{w}^m(\underline{x}, s) = \int_0^{2\pi} \frac{\underline{\Gamma}_1 \underline{n}}{R_e D_f} e^{i(m\theta + kR_e)} d\theta, \quad (3.20)$$

$$\underline{w}^m(\underline{x}, s) = \int_0^{2\pi} \frac{c_0 - \underline{u}_0 \cdot \underline{\Gamma}_1}{R_e D_f} \underline{n} e^{i(m\theta + kR_e)} d\theta, \quad (3.21)$$

$$w^m(\underline{x}, s) = \int_0^{2\pi} \frac{\underline{\Gamma}_1 \cdot \underline{n}}{R_e D_f} e^{i(m\theta + kR_e)} d\theta. \quad (3.22)$$

Die konvektive FW-H-Formulierung für eine axialsymmetrische Integrationsfläche kann mit den Gewichtsfunktionen kompakter angeschrieben werden:

$$\hat{p} = \frac{-ik}{4\pi} \sum_m \int_C (\rho_0 \hat{\underline{u}}^m \cdot \underline{\underline{w}}^m \cdot \underline{u}_0 + (\rho_0 \hat{\underline{u}}^m + \hat{\rho}^m \underline{u}_0) \cdot \underline{w}^m + \hat{p}^m w^m) r ds. \quad (3.23)$$

Bei der ursprünglichen FW-H-Formulierung (Gl. (2.2)) ist zur Bestimmung des Fernfelddrucks ein Flächenintegral zu lösen. Die Integration einer skalaren Funktion über einer gekrümmten, in den dreidimensionalen Raum eingebetteten Fläche ist insbesondere für Integrationsverfahren höherer Ordnung keine einfache mathematische Fragestellung. Durch die Umformulierung der FW-H-Methode ist diese durch eine Summe über ein doppeltes Linienintegral ersetzt worden. Dabei werden zunächst zur Bestimmung der Gewichtsfunktionen geometrische Größen über Kreise integriert (Kurve 1. in Abb. 3.14). Diese werden mit den Azimutalkomponenten der CFD-Daten multipliziert und über die erzeugende Kurve C integriert (Kurve 2. in Abb. 3.14). Letztendlich müssen die Anteile der einzelnen Umfangsordnungen addiert werden, um den Fernfelddruck bei einer bestimmten Frequenz zu erhalten.

3.4.2 Validierung anhand analytischer Schallquellen

Zur Validierung des konvektiven FW-H-Verfahrens für eine axialsymmetrische Integrationsfläche sollte eine analytische Lösung mit ausgeprägter Umfangsabhängigkeit verwendet werden. Aufgrund des Superpositionsprinzips kann aus einer geeigneten Überlagerung von Monopolquellen eine Ringquelle erzeugt werden; hierbei wird für eine einzelne Monopolquelle die Formulierung von Wellner [126] verwendet. Wichtig zur Erzeugung einer spezifischen Umfangsabhängigkeit ist die Variation der relativen Phasenlage der einzelnen Monopolquellen entlang des Kreises. Eine beliebige Feldgröße einer Ringquelle (z.B. das akustische Potential), welche durch N Monopolquellen erzeugt wird, ist wie folgt definiert:

$$\phi^m(\underline{x}) = \sum_{j=1}^N \phi_j(\underline{x}) e^{im\theta_j}.$$

Das akustische Potential und die Felder der Schwankungsgrößen einer einzelnen Monopolquelle sind in Kapitel B.2 angegeben. Die Position der j -ten Monopolquellen ϕ_j ergibt sich dabei aus dem Radius R_{src} der Ringquelle und ihrer Position θ_j auf

selbiger zu:

$$\begin{aligned} x_j &= 0, \\ y_j &= R_{src} \cos(\theta_j), \\ z_j &= R_{src} \sin(\theta_j), \end{aligned}$$

mit $\theta_j = 2\pi j/N$. Dabei darf zur eindeutigen Definition einer Ringquelle mit dem entsprechenden Phasenverlauf in Umfangsrichtung die Anzahl der Monopolquellen abhängig von der Umfangsordnung der Ringquelle nicht zu klein gewählt werden ($N > 2m$). Die Anzahl der Monopolquellen wird für die folgende Validierung auf $N = 64$ festgelegt. Die Helmholtzzahl gebildet mit dem Radius der Ringquelle liegt bei $kR = 8,29$. Für den Radius der Integrationsfläche und des Halbkreises von Beobachtern gilt:

$$\begin{aligned} R_s &= 5R_{src}, \\ R_{obs} &= 1000R_s. \end{aligned}$$

Mit dem so definierten akustischen Feld werden die Schwankungsgrößen auf der Integrationsfläche erzeugt, womit die Eingangsdaten für das Verfahren zur Fernfeldintegration definiert sind. Für verschiedene Machzahlen und Werte der Umfangsordnung wird das Druckfeld der analytischen Lösung mit dem numerisch berechneten Druckfeld an Beobachterpositionen im Fernfeld verglichen. Der Halbkreis von Beob-

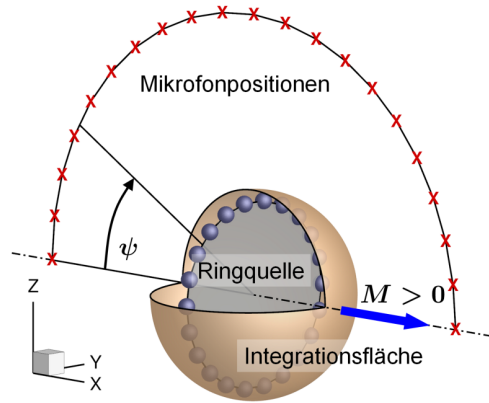


Abbildung 3.15: Positionierung der Ringquelle und des Mikrofonarrays. Die Radien von Ringquelle und Mikrofonarray sind zwecks besserer Darstellung nicht maßstabsgerecht aufgetragen. Die Strömung verläuft in positiver x-Richtung.

achtern beginnt auf der Symmetrieachse stromauf der Ringquelle und endet stromab auf der Symmetrieachse (Abb. 3.15). Für die Validierungsrechnungen wird eine kugelförmige Integrationsfläche mit jeweils 200 Elementen in polarer und azimuthaler Richtung verwendet, welche die Ringquelle umhüllt. In Abbildung 3.16 und 3.17 ist der resultierende Druckverlauf im Fernfeld, die so genannte Richtcharakteristik, für verschiedene Machzahlen und Umfangsordnungen dargestellt. Für alle sechs Berechnungsfälle ergibt sich eine hervorragende Übereinstimmung mit der analytischen Lösung, so dass die Methode als validiert betrachtet werden kann. Bei den beiden be-

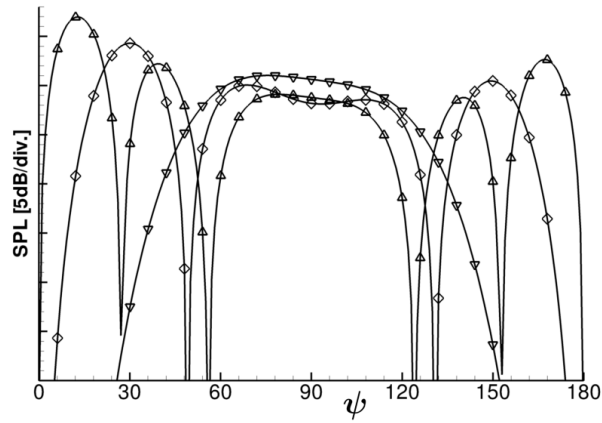


Abbildung 3.16: Vergleich der numerischen mit der analytischen Lösung. Dargestellt ist die Richtcharakteristik für die Umfangsordnungen $m = 1$ (Δ), $m = 3$ (\diamond) und $m = 7$ (∇) bei einer Machzahl von $M = 0,25$. Die numerische Lösung ist als durchgezogene Linie, die analytische Lösung durch die Symbole dargestellt.

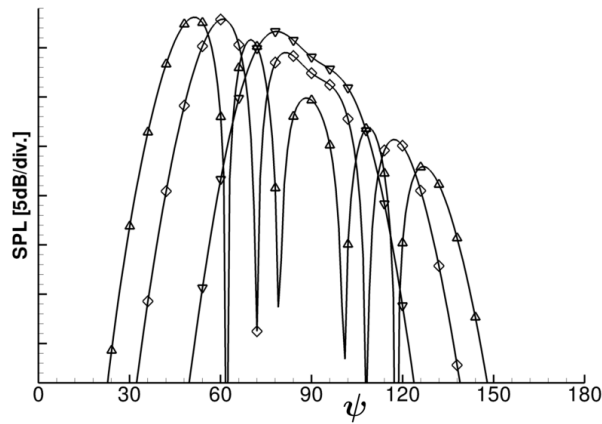


Abbildung 3.17: Vergleich der numerischen mit der analytischen Lösung. Dargestellt ist die Richtcharakteristik für die Umfangsordnungen $m = 7$ (Δ), $m = 9$ (\diamond) und $m = 13$ (∇) bei einer Machzahl von $M = 0,85$. Die numerische Lösung ist als durchgezogene Linie, die analytische Lösung durch die Symbole dargestellt.

rechneten Machzahlen zeigt sich eine starke Abhängigkeit des Fernfelddrucks von der Beobachterposition. Diese nimmt mit kleiner werdender Umfangsordnung zu. Dies sind grundsätzliche Eigenschaften einer Ringquelle, die durch die FW-H-Methode sehr gut wiedergegeben werden.

3.4.3 Eigenschaften des Verfahrens

Die Eigenschaften des konvektiven FW-H-Verfahrens für axialsymmetrische Integrationsflächen (Kap. 3.4.1) werden durch einen Vergleich mit der Frequenzbereichsformulierung des konvektiven FW-H-Verfahrens (Kap. 2.3.2) dargestellt. Zu diesem Zweck wird exemplarisch der Aufbau der Richtcharakteristik einer Ringquelle mit einer Umfangsordnung von $m = 3$ bei einer Anströmung mit einer Machzahl von $M = 0,5$ betrachtet. Die Helmholtzzahl gebildet mit dem Radius der Ringquelle beträgt $kR = 3,32$. Für den Radius R_s der kugelförmigen Integrationsfläche und den Radius R_{obs} des Halbkreises auf welchem die Beobachter angeordnet sind gilt:

$$\begin{aligned} R_s &= 5R_{src}, \\ R_{obs} &= 1000R_s. \end{aligned}$$

Der Schalldruckpegel im Fernfeld weist eine starke Winkelabhängigkeit auf (Abb. 3.18). Diese ergibt sich aus der Integration des Produktes von Schwan-

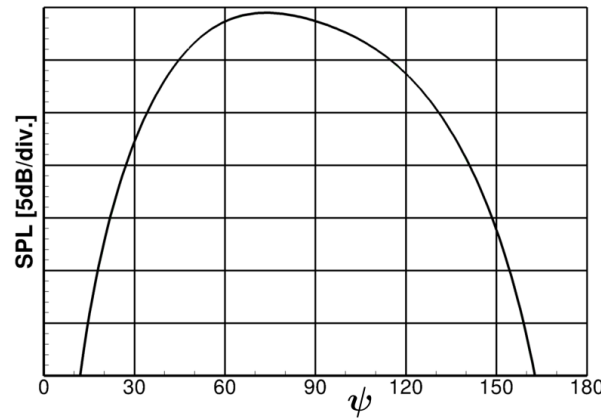


Abbildung 3.18: Verlauf der Richtcharakteristik einer Ringquelle bei einer Helmholtzzahl von $kR = 3,32$, einer Umfangsordnung von $m = 3$ und einer Anströmung mit einer Machzahl von $M = 0,5$.

kungsgrößen und geometrischen Faktoren auf der Integrationsfläche. Die Schwankungsgrößen auf der Integrationsfläche sind dabei anders als die geometrischen Größen unabhängig von der Beobachterposition. Zur Vereinfachung der folgenden qualitativen Darstellung der Funktionsweise des Verfahrens beschränkt sich diese auf den „einfachsten“ Quellterm der FW-H-Methode ($\hat{p}^m w^m$ in Gl.(3.23)), dem Schwankungsdruck auf der Integrationsfläche multipliziert mit der skalaren

Gewichtsfunktion (Gl. (3.22)). Abbildung 3.19 stellt den Schwankungsdruck und weitere Funktionsverläufe auf der Integrationsfläche dar. Bei der Anwendung der ur-

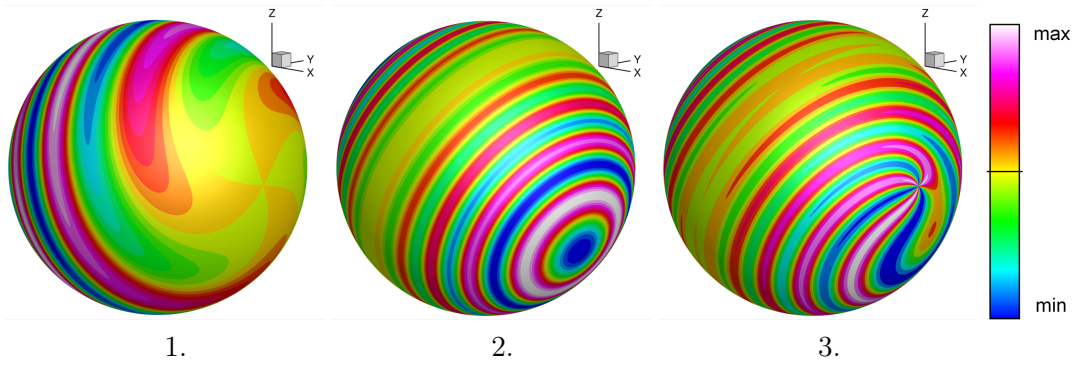


Abbildung 3.19: Im Rahmen der Fernfeldintegration wichtige Funktionsverläufe auf der Integrationsfläche, 1. das Druckfeldes der analytischen Lösung, 2. die Quell-Beobachter-Beziehung $\underline{\Gamma}_1 \cdot \underline{n} / (R_e D_f) e^{ikR_e}$ und 3. der Integrand der skalaren Gewichtsfunktion (Gl. (3.22)). Dargestellt sind jeweils die Realteile der verschiedenen Funktionen, 2. und 3. für einen Beobachterwinkel von $\psi_{obs} = 50^\circ$.

sprünglichen Methode (Gl. (2.2)) wird das Produkt des Schwankungsdrucks (Kugel 1. in Abb. 3.19) und der Quell-Beobachter-Beziehung (Kugel 2. in Abb. 3.19) über die Kontrollfläche integriert. Für die Berechnung des Schalldrucks im Fernfeld ist dabei die korrekte Überlagerung der Beiträge der einzelnen (diskreten) Flächenelemente wichtig. Je nach Amplitude und Phasenlage tragen diese positiv oder negativ zum Schalldruckpegel im Fernfeld bei. An dieser Stelle ist bereits zu erkennen, warum ein umfangsabhängiges Druckfeld keinen Beitrag zum Fernfelddruck auf der Achse liefert. Nähert sich die Beobachterposition der Achse, vergleichmäßig sich der Verlauf der Quell-Beobachter-Beziehung in Umfangsrichtung. Das Produkt aus dem Schalldruck und der Quell-Beobachter-Beziehung bildet für Beobachter auf der Achse einen exakt sinusförmigen Verlauf in Umfangsrichtung aus. Die positiven und negativen Beiträge des Quellterms heben sich gerade auf, so dass der Schalldruckpegel im Fernfeld verschwindet. Die stärkeren Anforderungen an das Integrationsverfahren resultieren für die exemplarisch gewählte Anwendung aus der Abbildung der Quell-Beobachter-Beziehung, aufgrund ihrer kürzeren Wellenlänge. Bei Anwendung der konvektiven FW-H-Methode für axialsymmetrische Flächen, werden zunächst die Schwankungsgrößen auf der Fläche in eine Fourierreihe bzgl. der Umfangsrichtung entwickelt. Aus dem Druckverlauf auf der Fläche (Kugel 1. in Abb. 3.19) ergibt sich ein komplexwertiger Druckverlauf, welcher über den Polarwinkel der kugelförmigen Integrationsfläche aufgetragen werden kann (Abb. 3.20)¹¹. Die explizit bekannte Umfangsabhängigkeit des Druckfeldes ($e^{im\theta}$) wird in die

¹¹ Die Kurve bzw. Integrationslinie C entspricht im vorliegenden Fall einem Meridian der kugelförmigen Integrationsfläche. Insofern wird die Position s auf der Kurve C im Folgenden durch den Polarwinkel ψ dargestellt. Der Polarwinkel ist in Abbildung 3.15 definiert.

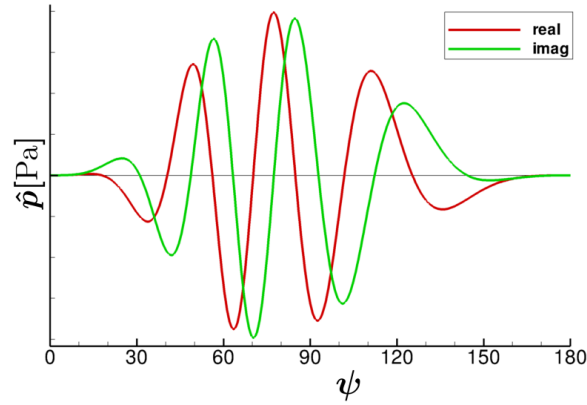


Abbildung 3.20: Komplexwertiger Druckverlauf über der Integrationslinie C . Die Position auf der kugelförmigen Integrationsfläche wird durch den Polarwinkel ψ angegeben.

Quell-Beobachter-Beziehung integriert (Kugel 3. in Abb. 3.19) und ergibt nach der Integration in Umfangsrichtung die skalarwertige Gewichtsfunktion (Gl. (3.22)). Die Gewichtsfunktion ist von der Beobachterposition ψ_{obs} abhängig, ihr Verlauf ist in Abbildung 3.21 und 3.22 für verschiedene Beobachterpositionen über dem Polarwinkel der kugelförmigen Integrationsfläche aufgetragen. Der endgültigen

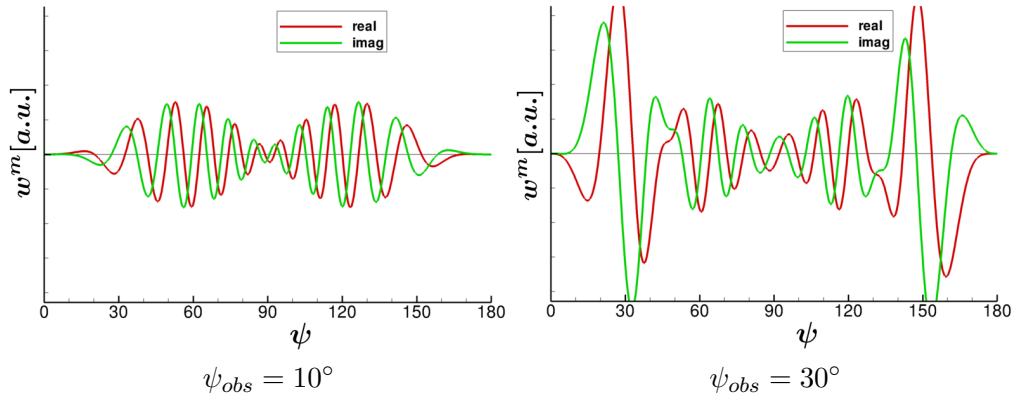


Abbildung 3.21: Komplexwertiger Verlauf der skalaren Gewichtsfunktion $w^m(\psi)$ (Gl. (3.22)) über der Integrationslinie C für einen Beobachterwinkel von $\psi_{obs} = 10^\circ$ bzw. $\psi_{obs} = 30^\circ$. Die Position auf der kugelförmigen Integrationsfläche wird durch den Polarwinkel ψ angegeben.

Schalldruckpegel an einer bestimmten Beobachterposition ergibt sich durch Integration des Druckverlauf (Abb. 3.20) multipliziert mit der Gewichtsfunktion für die entsprechende Beobachterraichtung. Sämtliche Interferenzeffekte, welche von der Umfangsabhängigkeit der Ringquellen herrühren, sind in den Gewichtsfunktionen

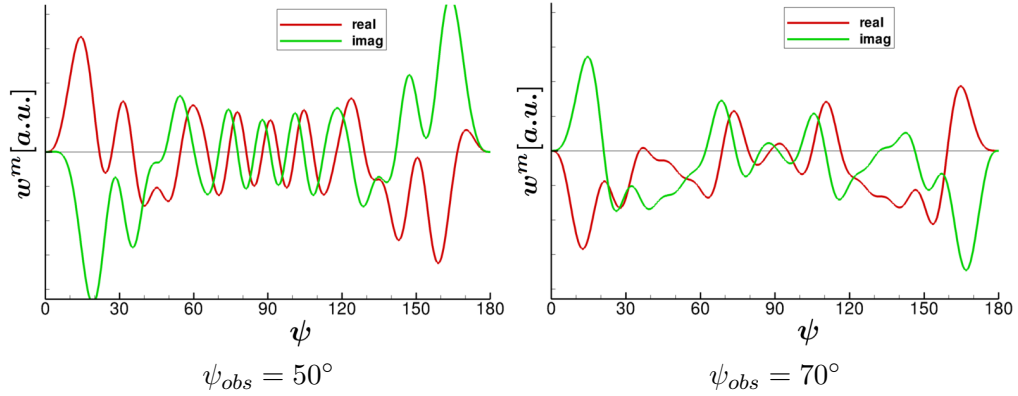


Abbildung 3.22: Komplexwertiger Verlauf der skalaren Gewichtsfunktion $w^m(\psi)$ (Gl. (3.22)) über der Integrationslinie C für einen Beobachterwinkel von $\psi_{obs} = 50^\circ$ bzw. $\psi_{obs} = 70^\circ$. Die Position auf der kugelförmigen Integrationsfläche wird durch den Polarwinkel ψ angegeben.

enthalten. Durch die Definition der Gewichtsfunktionen ist die FW-H-Methode in die x, r -Ebene projiziert worden.

Bei der ursprünglichen Flächenintegration ist das Integral über der Fläche für jede Frequenz zu berechnen, wobei die Auflösung der Fläche und damit grundsätzlich die Anzahl an Integrationspunkten in polarer wie azimuthaler Richtung für alle Frequenzen (und Umfangsordnungen) gleich ist. Bei der neu beschriebenen FW-H-Methode für axialsymmetrische Integrationsflächen (Kap. 3.4.1) sind die Integrale für jede Frequenz und Umfangsordnung zu berechnen. Dies bedeutet formal zunächst eine Erhöhung des Rechenaufwands. Durch die Aufspaltung in zwei Linienintegrale kann die Anzahl der Integrationspunkte in Umfangsrichtung jedoch frei gewählt werden. Da der Verlauf der Integranden der Gewichtsfunktionen explizit bekannt ist, kann die Anzahl der Integrationspunkte für jede Frequenz, Umfangsordnung und Position auf der Integrationskurve C automatisch auf einen optimalen Wert festgelegt werden. So ist ein optimaler Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand möglich. Bei der Berechnung des tonalen Interaktionslärms müssen aufgrund des gekoppelten diskreten Spektrums in Frequenz und Umfangsordnung je Frequenz meist nur wenige oder sogar nur eine einzige Umfangsordnung berücksichtigt werden. Weiterhin ist der Übergang zu Integrationsverfahren höherer Ordnung einfach zu realisieren, da diese für Einfachintegrale ausführlich dokumentiert sind (z.B. Schwarz und Köckler [91]). Basierend auf einer Fernfeldnäherung kann für die Gewichtsfunktionen eine analytische Formulierung gefunden werden (z.B. Moreau und Guérin [63]), welche die numerische Integration der Gewichtsfunktionen ersetzt (Kurve 1. in Abb. 3.14). Dies ermöglicht eine erhebliche Beschleunigung der Fernfeldintegration. Weiterhin kann basierend auf einer Fernfeldnäherung eine Abschätzung des Beitrags einzelner Umfangsordnungen durchgeführt werden. So

kann die Anzahl der Umfangsordnungen, welche tatsächlich zur Berechnung des Fernfelddrucks verwendet wird, erheblich reduziert werden.

3.5 Zusammenfassung

Durch die Definition der Methoden zur Kopplung der Einzelgebiete des hybriden Berechnungsverfahrens ist dieses nun vollständig beschrieben. Die Extraktion der Schwankungsgrößen aus dem Quellgebiet wird je nach Anwendungsfall mit unterschiedlichen Methoden vorgenommen. Stromauf der Schallquelle im Rohr werden die Schwankungsgrößen zum Zweck der weiteren Ausbreitung auf das CAA-Gitter interpoliert. Eine Trennung in aerodynamische und akustische Schwankungen ist dabei nicht möglich, aber auch nicht notwendig. Eine beliebige Hintergrundströmung kann so ohne weiteres berücksichtigt werden. Stromab einer ummantelten Gebläsestufe sind starke aerodynamische Schwankungen im Quellgebiet vorhanden, welche durch einen modalen Ansatz gefiltert werden. An das CAA-Verfahren werden nur akustische Komponenten zur weiteren Ausbreitung übergeben. Bei der Berechnung der tonalen Schallerzeugung eines offenen gegenläufigen Rotors werden die Schwankungsgrößen aus der CFD-Simulation direkt an das Fernfeldverfahren übergeben. Zur Transformation der Schwankungsgrößen aus dem rotierenden Rechenggebiet des CFD-Verfahrens in ein ruhendes Bezugssystem werden diese in eine Fourierreihe bezüglich der Umfangsrichtung entwickelt. Für die Berechnung der Druckverteilung im Fernfeld wird ein spezielles FW-H-Verfahren eingesetzt, welches direkt auf den Komponenten der Schwankungsgrößen bei den einzelnen Umfangsordnungen aufbaut. Eine physikalisch motivierte Zerlegung der Schwankungsgrößen auf der Integrationsfläche in aerodynamische und akustische Anteile übersteigt den Rahmen dieser Arbeit.

4 Anwendung auf realistische Konfigurationen

Zur Validierung der hybriden Methode und insbesondere der Methoden zur Kopplung der Teilgebiete wird im Folgenden deren Anwendung auf drei realistische Anwendungsfälle beschrieben. Zum Einen die Berechnung des Rotor-Stator Interaktionslärms der DLR-UHBR Gebläsestufe und seine Ausbreitung im Einlaufkanal. Weiterhin die Berechnung des Rotor-Stator Interaktionslärms einer Rolls-Royce Gebläsestufe und seine Ausbreitung im Nebenstromkanal. Motiviert sind diese Beispiele jeweils durch die Positionierung des Mikrofonarrays zur Aufnahme der experimentellen Daten, welche zum Vergleich mit den numerischen Ergebnissen verwendet werden. Und drittens die tonale Schallerzeugung eines offenen gegenläufigen Rotors, wobei in diesem Fall keine Messdaten zur Validierung der numerischen Berechnungskette zur Verfügung stehen. Die Validierung des CFD-Verfahrens TRACE bzw. des CAA-Verfahrens PIANO ist nicht Gegenstand der folgenden Darstellung, sondern die korrekte Anwendung und Kopplung der Verfahren und die robuste Auswertung der Ergebnisse.

4.1 Schallausbreitung im Einlaufkanal - DLR-UHBR Gebläsestufe

Die DLR-UHBR Gebläsestufe (Abb. 4.1) wurde am Institut für Antriebstechnik des DLR in Köln unter Verwendung eines 3D-Optimierungsprozesses entworfen (Kaplan *et al.* [47]). Die im Folgenden dargestellte akustische Untersuchung der ummantelten Gebläsestufe wurde im DLR-internen Projekt AVANTGARDE durchgeführt. Die ursprüngliche Version des Gebläses besteht aus 22 Rotor- und 68 Statorschaufeln und wurde für ein Bypassverhältnis von 12 konzipiert. Die Anzahl der Rotorschaufeln ergab sich dabei aus aerodynamischen Erwägungen und die Anzahl der Statorschaufeln wurde aus akustischen Gründen festgelegt, um ein möglichst leises Gebläse zu erhalten. Zur Untersuchung von aktiven Maßnahmen zur Schallreduzierung wurde ein weiterer Stator entworfen, welcher aus 38 Schaufeln besteht. Dadurch wird die zweite Blattfolgefrequenz (BPF) ausbreitungsfähig, wobei die erste BPF weiterhin nicht ausbreitungsfähig ist. Außerdem wurde bei diesem Gebläse zur Reduktion der Komplexität der Untersuchung auf einen Kernstrom verzichtet. Der Radius R des Zuströmkanal beträgt 0,4 m und wird im Folgenden als Referenzlängenmaß verwendet. Der UHBR-Fan ist ein Demonstrationsgebläse, welches in verschiedenen Varianten im Mehrstufen-Zweiwellen-Verdichter-Prüfstand (M2VP) in Köln vermessen wurde. Der M2VP wurde zur experimentellen Untersuchung der Strömungsbedingungen und Schallerzeugungsmechanismen von modernen Turbofans am Standort Köln aufgebaut. Der Messaufbau und die numerische Umsetzung ist in Abbildung 4.2

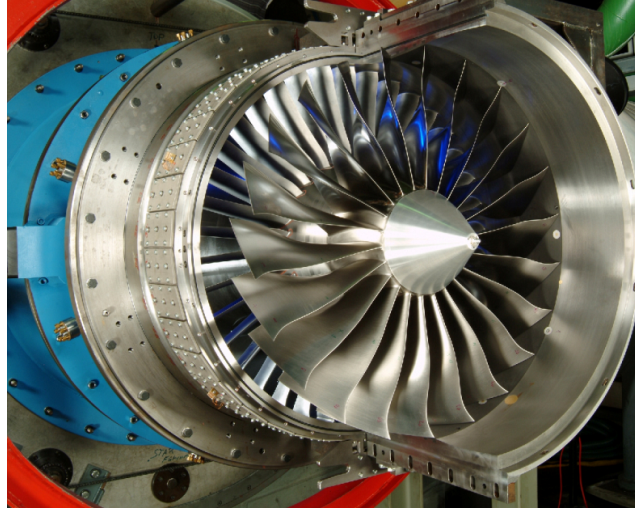


Abbildung 4.1: Die DLR-UHBR Gebläsestufe bestehend aus 22 Rotor- und 38 Statorschaufeln. Der Rotor wurde als Blisk (Bladed Disk) aus einem einzelnen Stück Titaniumlegierung gefräst.

skizziert. Die Simulation wurde für den Betriebspunkt „Approach“ durchgeführt. Dieser ist charakterisiert durch ein subsonisches Strömungsfeld mit relativ kleinen axialen Machzahlen. In Tabelle 4.1 sind die Parameter von zwei experimentellen und dem numerisch berechneten Arbeitspunkt angegeben. Die Betriebsbedingungen von

	$\dot{m}[\text{kg/s}]$	RPM	Π	$p_0[\text{Pa}]$	$T_0[^\circ \text{C}]$
OP 1 (Experiment)	49.37	3126	1.05	101040	20.3
OP 2 (Experiment)	50.13	3142	1.05	100440	16.5
Simulation	47.33	3187	1.06	101325	15.0

Tabelle 4.1: Betriebsbedingungen der zwei gemessenen und des simulierten Arbeitspunkts. Zur besseren Vergleichbarkeit sind der reduzierte Massenstrom \dot{m} sowie die reduzierte Drehzahl RPM angegeben, außerdem die Totaldruckerhöhung Π sowie der Totaldruck p_0 und die Totaltemperatur T_0 stromauf der Rotorebene.

Experiment und Messung unterscheiden sich geringfügig, da die Messungen zu einem späteren Zeitpunkt durchgeführt wurden. Im Folgenden wird die numerische Umsetzung des Versuchsstandes beschrieben. Die Berechnung der aerodynamischen und akustischen Phänomene findet dabei ausgehend von der Schallquelle in Richtung der Mikrofone statt. Die Schaufelreihenwechselwirkung ist im Betriebspunkt „Approach“ der dominante tonale Schallquellmechanismus. Die entstehenden Schallwellen zeichnen sich durch azimuthale Strukturen bei den Harmonischen der BPF aus.

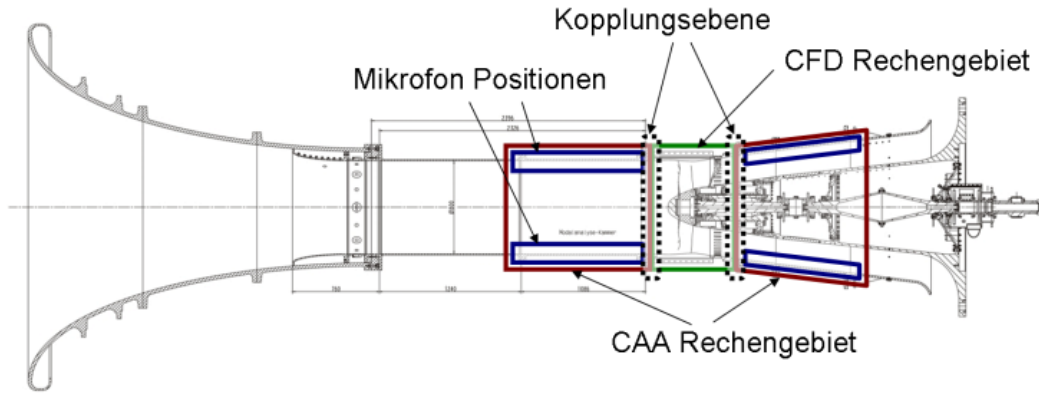


Abbildung 4.2: Schnitt durch den Versuchsaufbau. Die Lage der Rechengebiete und Kopplungsbereiche der verschiedenen numerischen Verfahren ist qualitativ dargestellt.

Die Umfangsstruktur m der so genannten Tyler-Sofrin Moden [114] wird durch

$$m = hB - kV \quad (4.1)$$

beschrieben. Sie ergibt sich bei der Rotorharmonischen h aus der Anzahl der Rotor- und Statorschaufeln (B, V), wobei durch $k \in \mathbb{Z}_0$ die Vielzahl der möglichen Interaktionsmuster dargestellt wird. Diese sind für die ersten drei Harmonischen der Blattfolgefrequenz in Tabelle 4.2 angegeben. Bei dem berechneten Betriebspunkt

$k =$	-2	-1	0	1	2	3
$h = 1$	98	60	22	-16	-54	-92
$h = 2$	120	82	44	6	-32	-70
$h = 3$	142	104	66	28	-10	-48

Tabelle 4.2: Durch die Rotor-Stator Interaktion angeregte azimutale Strukturen, nach Gleichung (4.1) mit $B = 22$ und $V = 38$.

„Approach“ ist bei der ersten BPF ($h = 1$) keine Kanalmode mit den angeregten Umfangsordnungen ausbreitungsfähig. Bei der zweiten BPF sind ausschließlich die Kanalmoden mit der Umfangsordnung $m = 6$ ausbreitungsfähig. Die Ausbreitungseigenschaften der Kanalmoden sind stark von der radialen und azimutalen Modenordnung abhängig. Zumindest die azimutale Modenordnung ist eng mit der Anzahl von Rotor- und Statorschaufeln verbunden. Die Abbildung des korrekten Verhältnisses von Rotor- und Statorschaufeln ist daher unumgänglich, sollen die akustischen Eigenschaften einer Rotor-Statorstufe realistisch abgebildet werden.

Die Schallerzeugung durch die Gebläsestufe (Quellgebiet) wird mit dem CFD-Löser TRACE (Kap. 2.1.2) berechnet. Dieser bildet auch die Schallausbreitung aus dem aerodynamischen Nahfeld bis zu der Kopplungszone stromauf der Gebläsestufe ab (Abb. 4.2). Im Bereich der Kopplungszone überlappen sich das CAA-Gitter des Ausbreitungsgebiets und das CFD-Gitter des Quellgebiets. Die Schwankungsgrößen werden in diesem Bereich von dem CFD-Gitter auf das CAA-Gitter interpoliert (Kap. 3.2). Die Schallausbreitung in der angeschlossenen Einlaufsektion bis zu den Mikrofonpositionen wird mit dem CAA-Löser PIANO (Kap. 2.2.2) berechnet.

4.1.1 Berechnung der Schallerzeugung durch die Gebläsestufe

Das Quellgebiet besteht aus den beiden Schaufelreihen, welche das Gebläse bilden, und jeweils eines kurzen Rohrsegments ca. eine Sehnenlänge stromauf der Rotor- und stromab der Statorschaufeln. Dieses wird zur Minimierung von Reflexionen an den Randbedingungen des CFD-Verfahrens durch eine Dämpfungszone in axialer Richtung, um ca. 2 Sehnenlängen stromauf und stromab, verlängert. Wichtig bei der Festlegung der räumlichen Ausdehnung des Quellgebiets ist, dass neben dem Quellmechanismus selbst auch sämtliche relevanten nichtlinearen Interaktionen erfasst werden, da diese nur im Quellgebiet modelliert werden. Die Abbildung des korrekten Verhältnisses von Rotor und Statorschaufeln wird durch die Verwendung von versetzt periodischen Randbedingungen erreicht (Schnell [88]). Dies ermöglicht die Reduzierung des Rechengebietes auf eine einzelne Teilung sowohl des Rotors als auch des Stators (Abb. 4.3), was in einer erheblichen Reduktion der Rechenzeit resultieren kann.

4.1.1.1 Erzeugung eines geeigneten Rechengitters

Die Genauigkeit der Simulationsergebnisse hängt entscheidend von einem geeigneten Rechengitter ab. Hierbei beeinflussen die Modellierungseigenschaften des Rechenverfahrens und die zu erwartende Strömungslösung gemeinsam den Grad der Eignung eines Rechengitters. In der Nähe von festen Oberflächen aber auch in Bereichen, wo freie Scherschichten auftreten, ergeben sich die höheren Anforderungen an das Rechengitter durch die Auflösung der aerodynamischen Phänomene. In gewisser Entfernung von den festen Oberflächen wird die Gitterauflösung durch die Forderung nach einer dissipations- und dispersionsarmen Wellenausbreitung bestimmt. Durch eine starke Verdichtung der Gitterzellen in wandnormaler Richtung und nachträglicher Kontrolle der dimensionslosen Wandabstände kann eine ausreichende Genauigkeit der aerodynamischen Aspekte der Strömungslösung relativ einfach erreicht werden. Bei der Auslegung des Rechengitters sollte zur genauen Abbildung der akustischen Aspekte der Strömungslösung das zu erwartende akustische Feld bereits qualitativ berücksichtigt werden, da sowohl der Dissipations- als auch der Dispersionsfehler von der Auflösung der Schallwellen abhängig ist. Das Verhältnis zwischen Wellenlänge und Zellengröße wird als Maß für die Auflösung der Schallwellen verwendet und in Punkten pro Wellenlänge (PPW) angegeben. Um

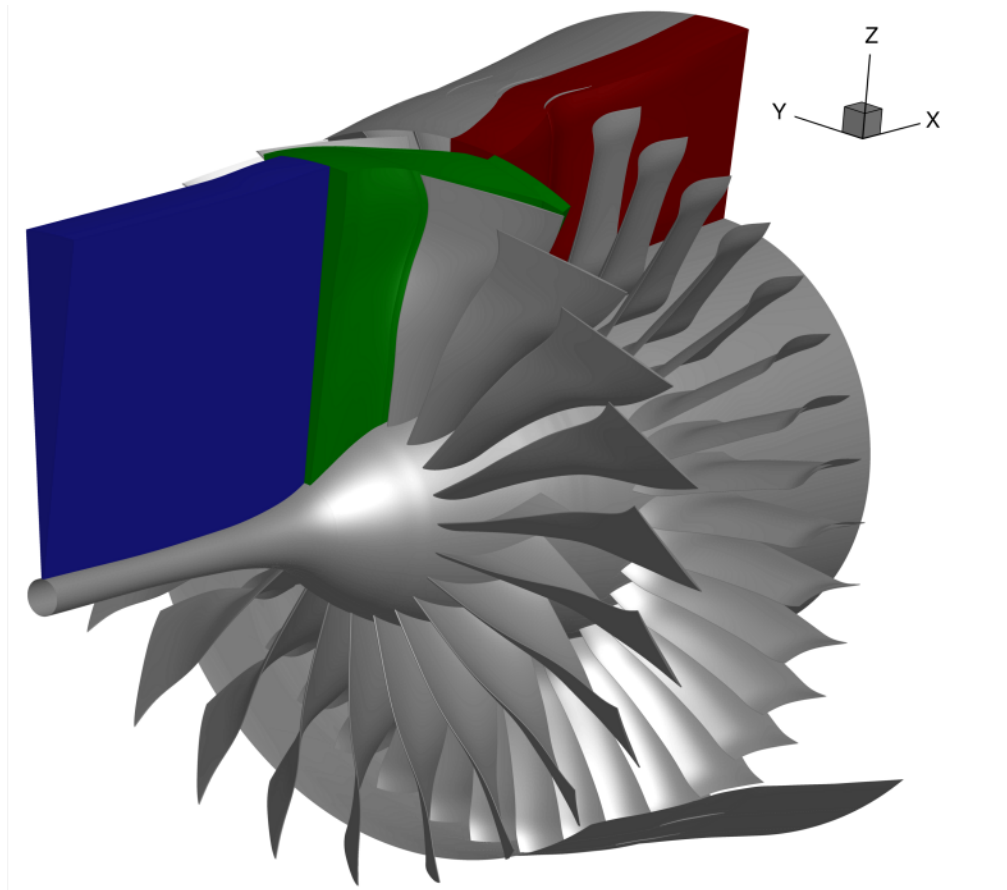


Abbildung 4.3: Das Rechengebiet des CFD-Verfahrens (farbig) und die festen Oberflächen der berechneten UHBR Gebläsestufe. Die Abweichung zur experimentell untersuchten Konfiguration im Bereich des Nasenkonus ist Vereinfachungen bei der Gittergenerierung geschuldet.

eine weitgehend dissipations- und dispersionsfreie Ausbreitung der Schallwellen zu ermöglichen, werden die Wellenzahlen der ausbreitungsfähigen Moden abgeschätzt. Aus Gleichung (4.1) ergeben sich die möglichen azimuthalen Schwankungsmuster der Strömungslösung. Mit der Dispersionsrelation folgen aus der allgemeinen Lösung für die Schallausbreitung im Ringkanal die axialen Wellenzahlen der Rohrmoden (Gl. (A.25)). Diese sind für die ausbreitungsfähigen Rohrmoden bei der Umfangsordnung $m = 6$ in Tabelle 4.3 angegeben. Soll eine Auflösung von 30 Punkten pro Wellenlänge (PPW) für die stromauf und die stromab laufenden Wellen nicht unterschritten werden, führt dies zu einer axialen Zellengröße von $\Delta x < 0,01 R$. Die notwendige Auflösung in radialer Richtung ist schwieriger zu quantifizieren. Die Bestimmung des funktionalen Zusammenhangs zwischen Wellenauflösung und Fehlerverlauf ist bislang ausschließlich für räumlich sinusförmige Schwankungen

n	α_{mn}	$k_{x,mn}^+ [\text{m}^{-1}]$	$k_{x,mn}^- [\text{m}^{-1}]$	$\lambda_{x,mn}^+ [\text{m}]$	$\lambda_{x,mn}^- [\text{m}]$
0	0.908	30.317	53.372	0.207	0.118
1	0.754	23.230	46.285	0.270	0.136
2	0.519	12.389	35.444	0.507	0.177

Tabelle 4.3: Die Wellenzahlen und resultierende Wellenlängen der drei ausbreitungsfähigen Rohrmoden bei der Umfangsordnung $m = 6$ und der zweiten Blattfolgefrequenz im Einlaufkanal.

durchgeführt worden. Der Verlauf der Rohrmoden in radialer Richtung wird jedoch durch Besselfunktionen beschrieben, für welche nur qualitative Erkenntnisse zum Dämpfungsverhalten vorliegen (Schönwald [90] oder Weckmüller [119]). Als Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand werden zur Auflösung der radialen Ausdehnung des Rechengebiets 94 Zellen verwendet. Im Inneren des Einlaufkanals ergibt sich damit eine radiale Zellengröße von $\Delta r \approx 0.017 R$. Unter Berücksichtigung der beschriebenen Zellengrößen wird ein strukturiertes Mehrblockgitter erzeugt. Als Gittertopologie wird eine klassische O-C-H Struktur verwendet (Weber [118]). Zur Auflösung der Grenzschicht auf den Schaufeln von Rotor und Stator werden die Schaufeloberflächen mit einem O-Block ummantelt. Für eine hohe Flexibilität bei dem Anschluss an die H-Blöcke, welche die Gitterlinien von Schaufel zu Schaufel und in Richtung Ein- bzw. Ausströmrand führen, wird ein C-Block zwischen O-Block und H-Blöcken eingefügt. Die beschriebene Gittertopologie ist in Abbildung 4.4 im nabennahen Bereich für zwei Schaufelpassagen des Rotors dargestellt. Das resultierende CFD-Gitter für die Gebläsestufe besteht

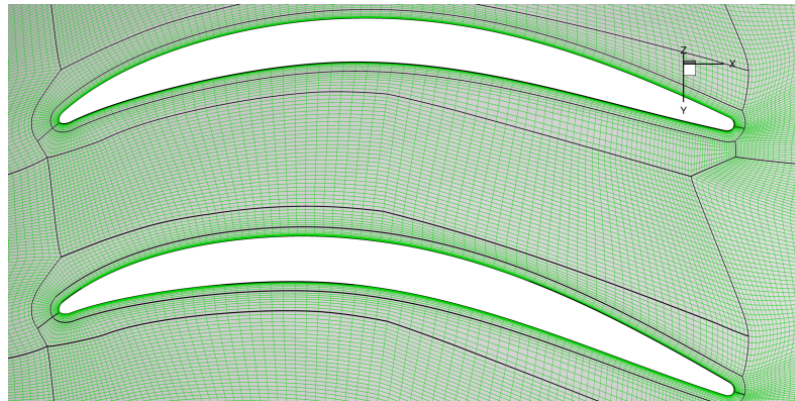


Abbildung 4.4: O-C-H Topologie zur Vernetzung der Rotorpassage. Die abgebildete Gitterfläche befindet sich im nabennahen Bereich.

aus ungefähr 3,2 Mio. Zellen, welche sich zu ziemlich gleichen Teilen auf den Rotor und den Statorbereich aufteilen. Zur Vereinfachung der Gittergenerierung wird der

Nasenkonus zur Teilung der Zuströmung vor dem Rotor künstlich bis zum Rand des Rechengebietes verlängert (Abb. 4.3). Der potentielle Einfluss auf das Strömungsfeld wird im Folgenden kurz diskutiert. Die axiale Geschwindigkeit der Zuströmung erhöht sich in dem Maße, wie sich der Durchmesser des stromauf verlängerten Nasenkonus zum Querschnitt des gesamten Strömungskanals verhält. Diese Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit durch den modifizierten Nasenkonus liegt bei 0,25%. Dies modifiziert die Anströmung des Rotors in geringem Maße, was sich in einer kleinen Änderung der Geschwindigkeitsdreiecke und damit des Anströmwinkels der Strömungsprofile niederschlägt. Durch die reduzierte Verdrängungswirkung des Nasenkonus wird die axiale Strömungsgeschwindigkeit im nabennahen Bereich etwas gegenüber den tatsächlichen Strömungsbedingungen verringert. In dem restlichen Bereich des Strömungskanals wird diese etwas erhöht. Insgesamt wird der Einfluss auf das Strömungsfeld als vernachlässigbar betrachtet.

Im Folgenden wird kurz der Einfluss auf die akustischen Eigenschaften des Strömungskanals diskutiert. Die Modifikation des Nasenkonus ergibt eine Änderung des Nabenverhältnisses (Verhältnis des Innen- zum Außenradius) des Einlaufkanals von $\eta = 0$ auf $\eta = 0,05$. Dies bewirkt prinzipiell eine Änderung der Wellenzahlen der Rohrmoden. Da die radialen Eigenfunktionen sämtlicher angeregter ausbreitungsfähiger Rohrmoden bei der zweiten BPF keine nennenswerten Funktionswerte im nabennahen Bereich des Einlaufkanals besitzen, beträgt die relative Änderung der Wellenzahlen weniger als 0,01%. Der Einfluss der Geometriemodifikation auf die Ausbreitung der akustischen Wellen kann daher vollständig vernachlässigt werden.

Abbildung 4.5 stellt das resultierende Rechengitter für das Quellgebiet dar. In der Nähe von festen Oberflächen ist das Gitter zur Auflösung der Grenzschichten stark verfeinert. In der Schaufelpassage und den wandfernen Bereichen des Strömungskanals weist das Rechengitter eine gleichmäßige Zellengröße auf. Dies ermöglicht eine optimale Abbildung der Wellenausbreitung durch das CFD-Verfahren. Der Gitterbereich zwischen Rotorhinterkante und Statorvorderkante ist nochmals gegenüber den akustischen Anforderungen verfeinert worden. In diesem Bereich müssen die Rotornachläufe bis zu den Statorvorderkanten realitätsgetreu transportiert werden. Dies ist für die Berechnung des Rotor-Stator Interaktionslärms von fundamentaler Bedeutung, da die Interaktion der Rotornachläufe mit den Vorderkanten des Stators die Schallquelle darstellt. Die axiale Zellengröße beträgt in diesem Bereich des Gitters $\Delta x < 0,003 R$. Die akustischen Anforderungen sind damit ungefähr um einen Fanktor vier übererfüllt.

4.1.1.2 Strömungsfeld im Quellgebiet

Der Verlauf der zeitlich gemittelten Machzahl im Relativsystem ist in Abbildung 4.6 auf einer Fläche mit einem konstanten relativen Radius für die Rotor- bzw. Statorpassage dargestellt. Das Strömungsfeld weist im Betriebspunkt „Approach“ subsonische Machzahlen auf. Hauptsächlich in den Schaufelpassagen bilden sich

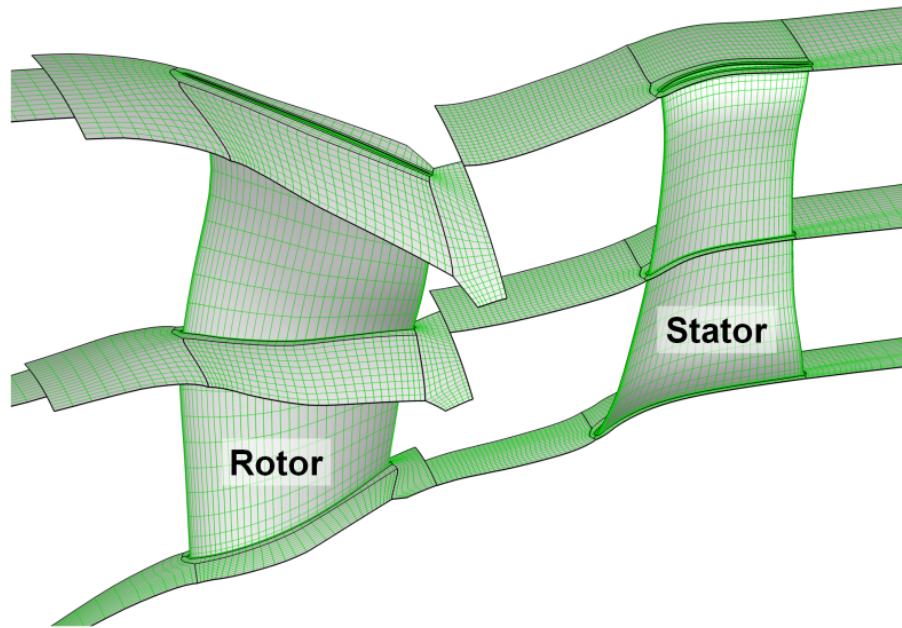


Abbildung 4.5: CFD-Gitter für die UHBR Gebläsestufe bestehend aus insgesamt ungefähr 3,2 Mio Zellen. Dargestellt ist jede dritte Netzlinie auf verschiedene Gitterflächen.

relativ starke Gradienten aus, welche die Ausbreitung der Schallwellen beeinflussen. Die Abbildungen 4.7 und 4.8 stellen die Druckschwankungen auf den Rotor- bzw. Statorschaufeln bei der zweiten Blattfolgefrequenz dar. Die Druckschwankungen weisen im Bereich der Statorvorderkante Werte bis zu 160 dB auf. Diese nehmen in axialer Richtung sehr schnell ab, um auf der übrigen Oberfläche der Statorschaufeln Werte von 115 bis 130 dB auszubilden. Die Druckspitzen an der Vorderkante sind aerodynamischer Natur und werden durch die Interaktion der Rotornachläufe mit den Statorvorderkanten erzeugt. Abhängig von der räumlichen Korrelation der Druckschwankungen werden Schallwellen angeregt. Diese breiten sich in Form von Rohrmoden durch den Strömungskanal aus. Die Druckschwankungen auf dem Großteil der Statorschaufeln sind eher akustischer Natur. Durch die Überlagerung verschiedener radialer, stromab und stromauf laufender Moden entstehen die leichten Schwankungen in der relativ gleichmäßigen Verteilung der Druckpegel auf dem größten Teil der Statorschaufel.

Die Druckpegel auf der Oberfläche der Rotorschaufeln hingegen weisen insgesamt einen relativ gleichmäßigen Verlauf auf (Abb. 4.8). Auf weiten Teilen der Rotorschaufel betragen diese zwischen 120 und 130 dB. Sie werden durch die Schallwellen hervorgerufen, welche sich von den Statorvorderkanten stromauf zu den Rotoren ausbreiten. An den Rotorschaufeln werden diese in der Umfangsordnung, durch die Rotation der Schaufelreihe zusätzlich in der Frequenz gestreut. Dabei

4.1 Schallausbreitung im Einlaufkanal - DLR-UHBR Gebläsestufe

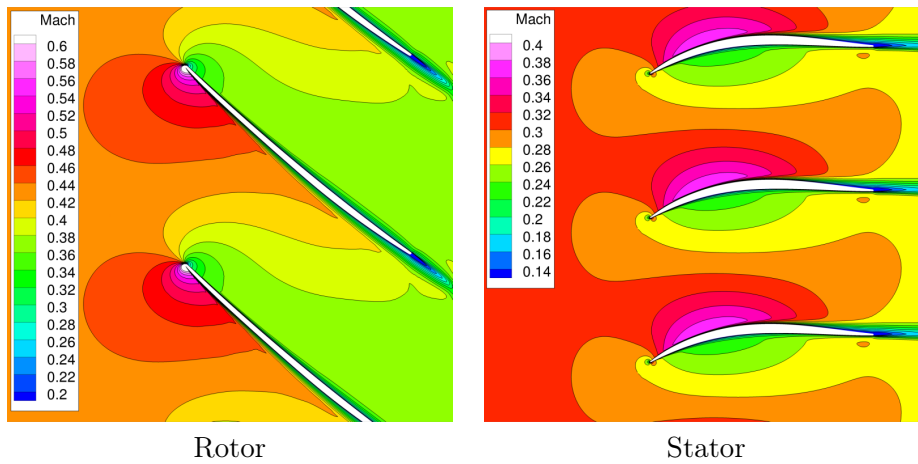


Abbildung 4.6: Verlauf der zeitlich gemittelten Machzahl im Relativsystem im gehäusenahen Bereich der Rotor- bzw. Statorpassage.

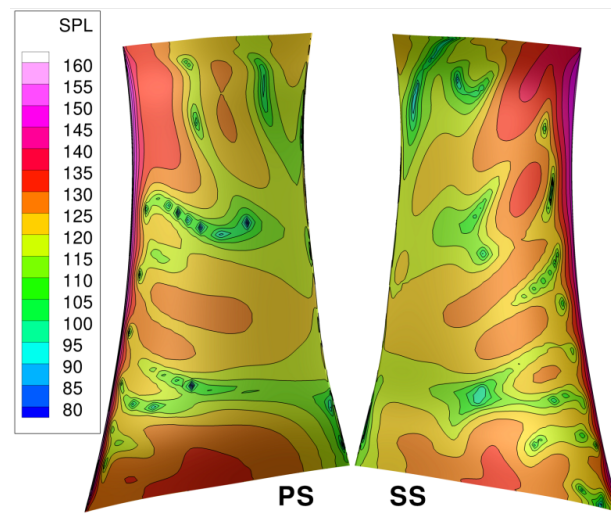


Abbildung 4.7: Druckpegel bei der zweiten Blattfolgefrequenz auf der Druck- und Saugseite einer Statorschaufel.

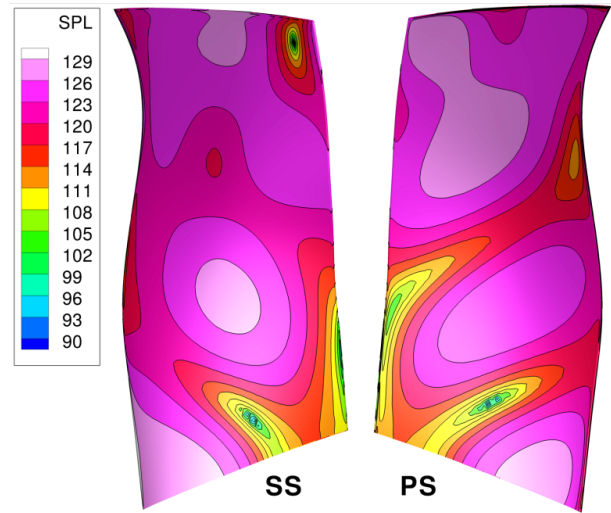


Abbildung 4.8: Druckpegel bei der zweiten Blattfolgefrequenz im Absolutsystem auf der Druck- und Saugseite einer Rotorschaukel.

wird ein Teil der Schallwellen die Schaufelreihe passieren und sich weiter stromauf ausbreiten und ein anderer Teil an der Schaufelreihe zurück in Richtung Stator reflektiert. Auch hier entstehen die Unregelmäßigkeiten im Druckverlauf auf der Oberfläche durch die Überlagerung der verschiedenen radialen, stromauf und stromab laufenden Moden.

Aus den Fourierkoeffizienten des Strömungsfeldes für die berechnete Rotor- bzw. Statorpassage wird unter Verwendung des Phasenversatzes zwischen dem oberem und dem unterem Rechenrand der Verlauf der Schwankungsgrößen für alle benachbarten Passagen rekonstruiert. Die Abbildungen 4.9 und 4.10 stellen das Druckfeld bei der zweiten Blattfolgefrequenz zu einem bestimmten Zeitpunkt in der Rotorpassage und dem stromauf anschließenden Strömungskanal dar. Die Schwankung des Druckfeldes in axialer Richtung entsteht durch die Überlagerung der drei ausbreitungsfähigen Rohrmoden. Ungefähr mittig zwischen der Kopplungsebene (des CFD-Lösers; zwischen Rotor- und Statorgebiet) und dem Beginn der Dämpfungszone liegt die Datenextraktionszone zur Entnahme der Schwankungsgrößen.

4.1.2 Berechnung der Schallausbreitung im Einlaufkanal

Die Ausbreitung der Schallwellen durch den Einlaufkanal bis zu den Mikrofonpositionen wird mit dem CAA-Verfahren PIANO berechnet. Das Rechengitter des CAA-Verfahrens muss dabei den gesamten Kanalquerschnitt abbilden, da im CAA-Verfahren keine phasenversetzt periodische Randbedingung implementiert ist. Aufgrund der optimierten Dissipations- und Dispersionseigenschaften des

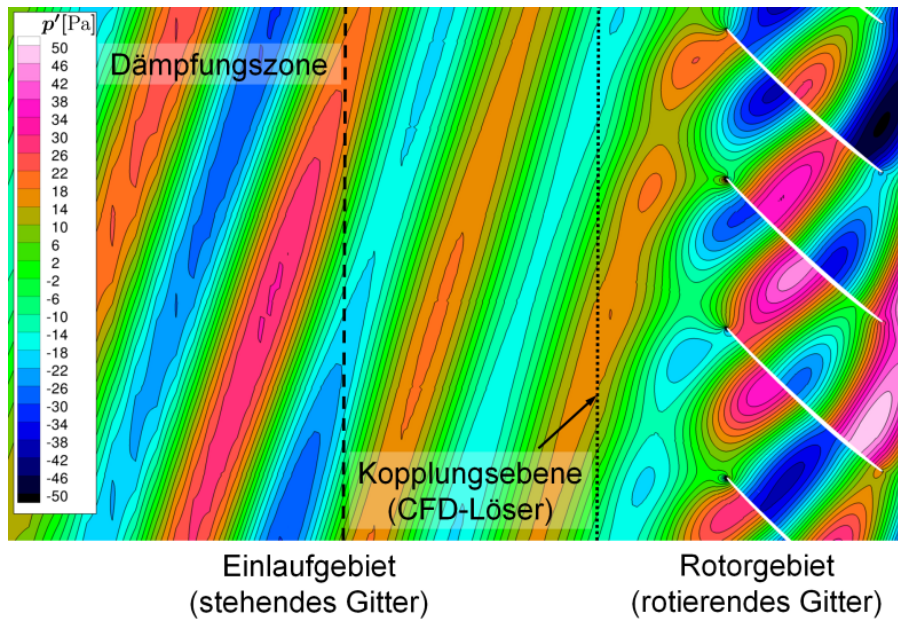


Abbildung 4.9: Instantanes Druckfeld bei BPF 2 innerhalb und stromauf der Rotorpassage auf einer Fläche von konstantem relativem Radius. Das Druckfeld verliert, zum linken Rand der Abbildung hin, innerhalb der Dämpfungszone zunehmend an physikalischer Bedeutung.

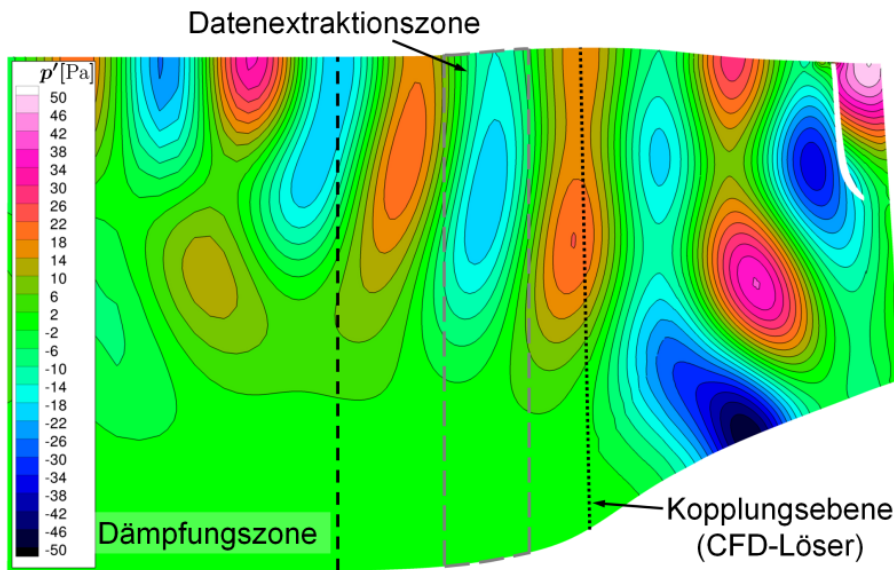


Abbildung 4.10: Instantanes Druckfeld bei BPF 2 innerhalb und stromauf der Rotorpassage auf einer (x, r) -Ebene. (Der weiße Bereich in der Nähe des rechten oberen Bildrands wird durch den Schnitt der Darstellungsebene mit der Rotorscheufel verursacht.)

CAA-Verfahrens benötigt das CAA-Verfahren für eine ähnliche Lösungsqualität nur ca. ein Fünftel bis ein Zehntel der Gitterpunkte je Raumrichtung verglichen mit dem CFD-Verfahren (Bailly und Bogey [4]). Trotz der Ausdehnung des Rechengebiets auf den gesamten Kanalquerschnitt ist die Berechnung der Schallausbreitung mit dem CAA-Verfahren PIANO effizienter als bei der Verwendung des CFD-Verfahrens TRACE.

Der vorliegenden Einlaufkanal besitzt stromauf der Gebläsestufe bis hin zu den Mikrofonpositionen eine konstante Querschnittsfläche. Werden die Gradienten der Hintergrundströmung vernachlässigt, kann ein analytisches Modell für die Schallausbreitung verwendet werden (Kap. A.3). Zum Einen wird daher die Schallausbreitung auf einer homogenen Hintergrundströmung berechnet und die Ergebnisse mit dem analytischen Modell verglichen. Zum Anderen wird für eine möglichst realitätsnahe Reproduktion der experimentellen Daten die Beeinflussung der Schallausbreitung durch die Gradienten der Hintergrundströmung berücksichtigt. Die verwendete Hintergrundströmung ist in Abbildung 4.11 dargestellt. Es

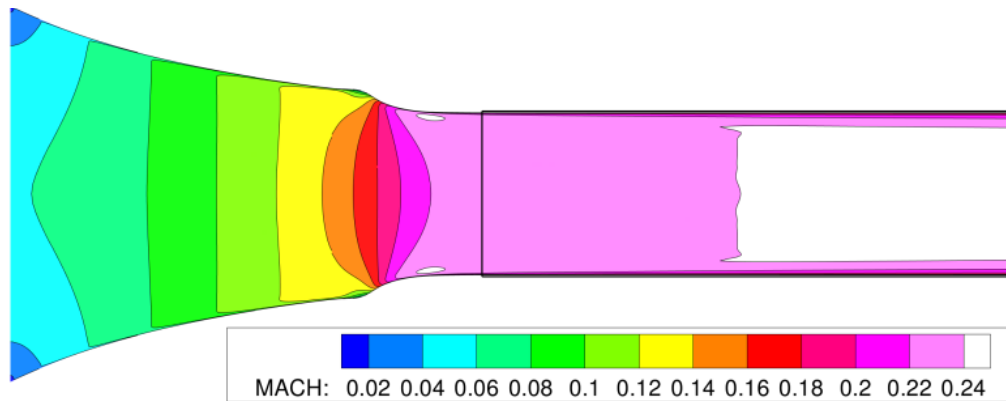


Abbildung 4.11: Die Machzahl der mittleren Strömung im Bereich der Ansaugstrecke. Das schwarze Rechteck skizziert die Lage des CAA-Gebiets zur Berechnung der Schallausbreitung im Einlaufkanal.

ist insbesondere die Grenzschicht an den Außenwänden des Kanals, welche die Schallausbreitung beeinflusst. Die Schallquelle wird am rechten Rand des Rechengebiets in Form der Schwankungsgrößen bei der zweiten Blattfolgefrequenz aus dem CFD-Gebiet vorgegeben. Das CAA-Verfahren berechnet die Schallausbreitung stromauf in Richtung der entsprechenden Position der Mikrofone im experimentellen Aufbau. In dem Bereich des Rechengebiets, welcher der Position des Mikrofonar-rays entspricht, wird der Schwankungsdruck in stromab und stromauf laufende Kanalmoden entwickelt.

4.1.2.1 Erzeugung eines geeigneten Rechengitters

Die Schallausbreitung wird durch die linearisierten Eulergleichung modelliert. Aufgrund der Vernachlässigung der Reibung können sich keine akustischen Grenzschichten ausbilden, weswegen im Allgemeinen eine Verfeinerung des Rechengitters zur Wand hin überflüssig ist. Die verwendete Hintergrundströmung sollte jedoch bei der Erzeugung des Rechengitters für das CAA-Verfahren berücksichtigt werden, da die Hintergrundströmung und ihre Gradienten als variable Koeffizienten in den linearisierten Eulergleichungen erscheinen. Diese müssen, ähnlich wie die Schallwellen als Lösung des Differentialgleichungssystems, räumlich ausreichend fein aufgelöst werden, um ihren Einfluss auf die Lösung realitätsgetreu abzubilden. Für die homogene Hintergrundströmung wird eine möglichst gleichmäßige Punktverteilung angestrebt. Soll der Einfluss der Wandgrenzschicht auf die Schallausbreitung berücksichtigt werden, wird das CAA-Gitter zur Wand hin verfeinert. In Abbildung 4.12 ist eine Querschnittsebene der beiden Rechennetze dargestellt. In beiden Fällen wird

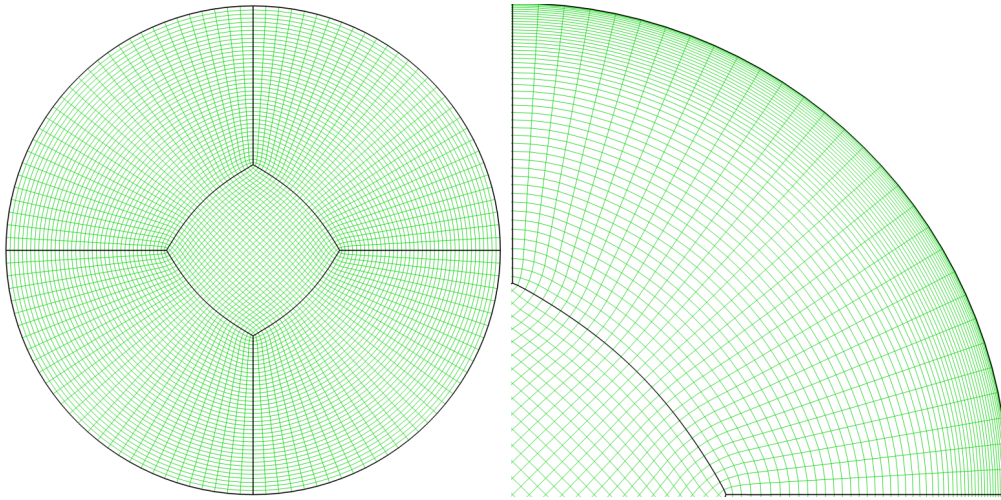


Abbildung 4.12: CAA-Gitter auf einer Querschnittsebene. Links ist der gesamte Kanalquerschnitt für die Berechnung mit homogener Hintergrundströmung dargestellt. Rechts ist das Gitter für die Berechnung der Schallausbreitung auf der realistischen Hintergrundströmung (Abb. 4.11) auf einem Viertelsegment dargestellt.

eine so genannte O-H-Topologie verwendet. Durch den H-Block in der Kanalmitte werden unnötig kleine Zellen in der Nähe der Kanalachse vermieden¹. Andernfalls würden diese aus Stabilitätsgründen die Zeitschrittweite begrenzen und eine erhebliche Zunahme der Rechenzeit verursachen. Beide Rechengitter besitzen eine axiale Zellengröße von $\Delta x \approx 0,016 R$. Dies führt zu einer axialen Auflösung der ausbrei-

¹Wird das Rechennetz, bei einer reinen O-Topologie, bis zum Radius $r = 0$ geführt entstehen singuläre Zellen. D.h. eine Seitenfläche der quaderförmigen Volumen wird zu einer Linie gestaucht. Ein solches Rechennetz wäre für das verwendete CAA-Verfahren unbrauchbar.

tungsfähigen Kanalmoden (Tab. 4.3) von mindestens 18 PPW. In Umfangsrichtung wird der Einlaufkanal mit 120 Zellen vernetzt, was zu einer Auflösung von 20 PPW für die Umfangsordnung $m = 6$ führt. Die Gitterweite auf einer Querschnittsebene entspricht ungefähr der axialen Auflösung, wobei zur Abbildung der Grenzschichteffekte eine starke Verfeinerung zur Wand hin erzeugt wurde. Der erste Wandabstand dieses Rechengitters beträgt $\Delta r \approx 0,0012 R$. Die vier äußeren Gitterblöcke besitzen in diesem Fall zehn zusätzliche Gitterschichten in radialer Richtung. Die Anzahl der Volumina des Gesamtgitters beträgt 2,28 Mio. bzw. 2,76 Mio. Die Auflösung der Kanalmoden mit ca. 20 PPW liegt deutlich über den häufig angegebenen 7-10 PPW. Die Dämpfung der Schallwellen durch das CAA-Verfahren auf der relativ großen Ausbreitungsdistanz sollte jedoch als potentielle Fehlerquelle möglichst ausgeschlossen werden. Das Erreichen dieses Ziels wird durch die Reproduktion der analytischen Lösung dokumentiert.

4.1.2.2 Analyse und Vergleich der Ergebnisse

In Abbildung 4.13 sind die instantanen Druckfelder bei der zweiten Blattfolgefrequenz dargestellt. Die Schallquelle befindet sich am rechten Rand des Rechengebiets. In den Wellenfronten bilden sich mit steigender Entfernung zur Schallquelle

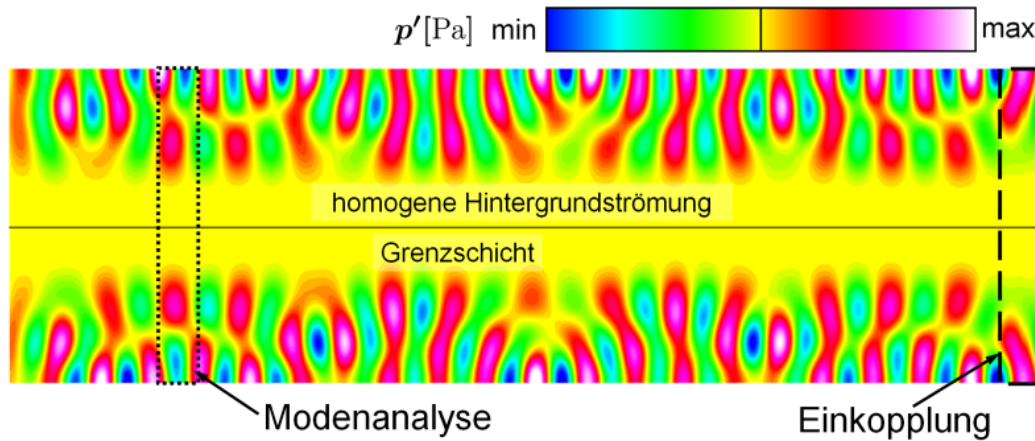


Abbildung 4.13: Instantane Druckfelder bei BPF 2 auf einer (x, r) -Ebene des Strömungskanals. Im oberen Teil bei Berechnung der Schallausbreitung auf einer homogenen Hintergrundströmung, im unteren Teil bei Verwendung der realistischen Hintergrundströmung (Abb. 4.11).

zunehmend Unterschiede zwischen der Ausbreitung in einer homogenen Hintergrundströmung bzw. mit Berücksichtigung der Grenzschicht aus. Diese resultieren aus dem Einfluss der Schallbrechung an den Gradienten der Hintergrundströmung, allerdings sind diese optisch nicht quantifizierbar. Erst eine Zerlegung des Schallfeldes in seine Elementarwellen, die Kanalmoden, ermöglicht einen quantitativen Vergleich des Einflusses der Grundströmung.

Reproduktion der analytischen Lösung: Mit dieser Untersuchung wird die korrekte Implementierung der folgenden Teilschritte überprüft: die Einkopplung der Schallquelle in das CAA-Verfahren, die Ausbreitung der Schallwellen durch selbiges wie auch die Extraktion und Analyse der Schallwellen. Der Vergleich wird bei der zweiten Blattfolgefrequenz anhand der Amplituden der stromauf laufenden Kanalmoden bei der Umfangsordnung ($m = 6$) vorgenommen. Das Verhalten der analytischen Lösung² stellt sich wie folgt dar: Wird die Schallquelle des Ausbreitungsgebiets in Kanalmoden zerlegt, so bleiben die Beiträge der einzelnen Kanalmoden, die Beträge der Modenamplituden, bei der Ausbreitung durch den Strömungskanal konstant. Anhand der axialen Ausbreitungsdistanz ergibt sich eine Änderung der Phasenlage der Feldgrößen der einzelnen Kanalmoden, welche im Folgenden nicht betrachtet wird. In Abbildung 4.14 sind die Schalldruckpegel der Kanalmoden der CAA-Lösung den Pegeln der analytischen Lösung gegenüber gestellt. Bei den ersten beiden radialen

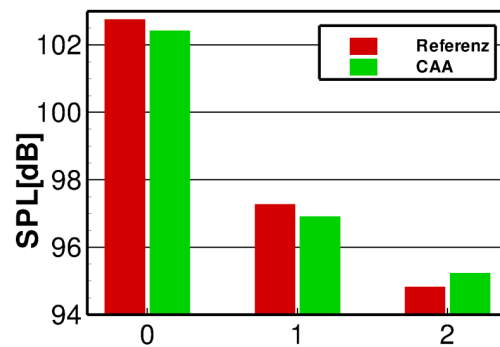


Abbildung 4.14: Schalldruckpegel der stromauf laufenden Kanalmoden bei BPF 2 und der Umfangsordnung $m = 6$, dargestellt über der radialen Ordnungszahl. Einander gegenübergestellt sind die Pegel der analytischen und der numerisch berechneten Lösung.

Ordnungszahlen ergibt sich eine leichte Unterschätzung der Amplitude, was auf eine leichte Dämpfung der Schallwellen durch das CAA-Verfahren zurückgeführt werden kann. Eine Ursache für die leichte Überschätzung der Amplitude der radialen Modenordnung $n = 2$ kann nicht angegeben werden. Insgesamt ist das CAA-Verfahren in der Lage die Schallausbreitung durch den Einlaufkanal mit einer Genauigkeit von ca. 0,5 dB, gemessen an den Amplituden der Kanalmoden, zu reproduzieren.

Vergleich mit experimentellen Daten: Die Durchführung der Messung und die Analyse der experimentellen Ergebnisse ist von Tapken *et al.* [111] beschrieben worden. Die numerische Untersuchung war zum Zeitpunkt der Datenerfassung bereits abgeschlossen. Der Betriebspunkt der UHBR Gebläsestufe unterscheidet sich daher leicht zwischen Messung und Simulation (Tab. 4.1). Infolgedessen werden die Daten

²Unter der Annahme einer konstanten Querschnittsfläche und einer homogenen Hintergrundströmung kann für die Schallausbreitung im Strömungskanal eine analytische Lösung bestimmt werden. Diese ist in Kapitel A.3 dargestellt.

von zwei vermessenen Betriebspunkten zum Vergleich herangezogen, welche sehr nah bei dem simulierten Betriebspunkt liegen, mit diesem aber nicht identisch sind. In Abbildung 4.15 sind die Schalldruckpegel der ausbreitungsfähigen stromauf laufenden Kanalmoden bei BPF 2 und der Umfangsordnung $m = 6$ dargestellt. Obwohl

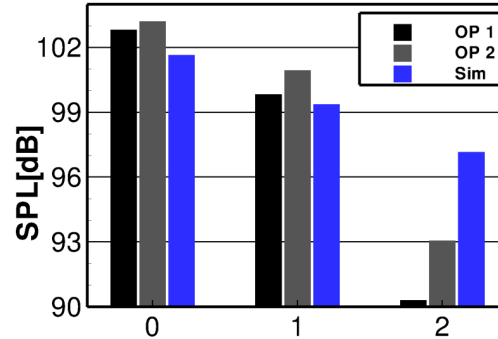


Abbildung 4.15: Schalldruckpegel der stromauf laufenden Moden bei BPF 2 und Umfangsordnung $m = 6$, dargestellt über der radialen Ordnungszahl. OP1 und OP2 bezeichnen die Ergebnisse von zwei vermessenen Betriebspunkten. Sim bezeichnet die Schalldruckpegel, welche durch die hybride Methode erzeugt wurden.

sich die Betriebsbedingungen der beiden vermessenen Betriebspunkte nur geringfügig unterscheiden, lassen sich Unterschiede in den Modenamplituden erkennen. Diese nehmen mit steigender radialer Ordnungszahl bzw. fallender Pegelhöhe zu. Dies legt den Schluss nahe, dass die Modenamplituden entweder extrem sensibel von den Betriebsbedingungen der Gebläsestufe abhängig sind oder die Reproduzierbarkeit der Messergebnisse aufgrund anderer Einflüsse nicht besonders hoch ist. Für einen Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen wird der Messaufbau durch die hybride Methode modelliert. Die Berechnung der Schallausbreitung wird dabei auf einer realistischen Hintergrundströmung durchgeführt (Abb. 4.11). Die resultierenden Amplituden der Kanalmoden sind in Abbildung 4.15 dargestellt und mit „Sim“ bezeichnet. Für die dominanten radialen Modenordnungen $n = 0, 1$ beträgt die Abweichung zu den experimentellen Ergebnissen nur ca. 1,5 dB. Für die radiale Modenordnung $n = 2$ ergibt sich eine Abweichung von ca. 6 dB. Insgesamt liegt die Übereinstimmung zwischen Simulation und Experiment im Rahmen der Reproduzierbarkeit der experimentellen Daten, was für die geschlossene Reproduktion von Schallerzeugung und Schallausbreitung durch die hybride Methode ein hervorragendes Ergebnis ist. Die verbleibenden Unterschiede können auf vielfältige Ursachen zurückgeführt werden:

Modellierung der Rotornachläufe: Die Stärke und Form der Rotornachläufe im Bereich der Statorvorderkante ist direkt mit der Anregung der Kanalmoden bei den verschiedenen Blattfolgefrequenzen verbunden. Die Reproduktion der Rotornachläufe durch das CFD-Verfahren kann von dem verwendeten Turbulenzmodell abhängen und sollte daher überprüft werden. Da aktuell keine

Messergebnisse zur Beschreibung der Nachläufe vorliegen, können diese nicht unmittelbar verglichen werden.

Reflexionen an den Kanalöffnungen: Bei der numerischen Berechnung werden die Reflexionen der Schallwellen an den Öffnungen des Strömungskanals nicht wiedergegeben. Insbesondere für die druckseitige Austrittsöffnung muss bei dem M2VP mit erheblichen Reflexionen gerechnet werden (Abb. 4.2). Diese können bis zur Gebläsestufe zurück reichen und einerseits die Rotor-Stator Interaktion (die Schallquelle selbst) beeinflussen, aber auch die Gebläsestufe passieren und sich mit dem Primärfeld überlagern. Ein Effekt, der in der Simulation nicht berücksichtigt wird.

Diese Liste ist nicht vollständig, enthält jedoch die wesentlichen Fehlerquellen. Eine weiterführende Auflistung potentieller Einflüsse wird von Weckmüller *et al.* [122] angegeben. Da die numerische Berechnungskette in der Lage ist, die dominanten Strukturen, im Bereich der Reproduktionsgenauigkeit der experimentellen Untersuchung abzubilden, wird die Validierung der verwendeten Verfahren für diese Konfiguration als erfolgreich betrachtet und abgeschlossen.

4.2 Schallausbreitung im Nebenstromkanal - Rolls-Royce Gebläsestufe

Die Geometriedaten der Gebläsestufe wurden dem DLR im Rahmen des Forschungsprojekts OPAL zur Verfügung gestellt. Gegenstand des Projekts OPAL³ war unter Anderem die Untersuchung der Schallausbreitung im Nebenstromkanal von Turbomaschinen. Die im Folgenden dargestellten Ergebnisse wurden bei dem Betriebspunkt „Take-Off“ gewonnen. Dieser zeichnet sich durch eine sehr hohe Drehzahl des Rotors mit entsprechend hohen Machzahlen und einem ausgeprägten Stoßsystem aus. Der Kernstrom wurde in der Simulation berücksichtigt, wenngleich die Eintrittsleitschaufeln zum Kerntriebwerk nicht Teil der Simulation sind (Abb. 4.16). Die vorliegende Gebläsestufe wurde für ein Bypassverhältnis von 9,5 ausgelegt. Ziel der numerischen Untersuchung ist die Berechnung des Schallfeldes im Nebenstromkanal bei der ersten und zweiten Blattfolgefrequenz.

4.2.1 Erzeugung eines geeigneten Rechengitters

Für die Erzeugung eines geeigneten Rechengitters werden, neben den aerodynamischen Anforderungen, analog zu Kapitel 4.1.1.1 die Eigenschaften der ausbreitungsfähigen Kanalmoden bei den relevanten Frequenzen berücksichtigt. Aufgrund der hohen Rotordrehzahl muss von der Ausbildung eines starken Stoßsystems ausgegangen werden. Dieses wird die Schallerzeugung und Ausbreitung beeinflussen und sollte daher in der CFD-Simulation erfasst werden.

³Das Forschungsprojekt OPAL wurde durch Förderung des Landes Brandenburg unterstützt.

In Tabelle 4.4 sind die Umfangsordnungen der angeregten Kanalmoden für die ersten drei Blattfolgefrequenzen angegeben. Zur möglichst exakte Reproduktion

$k =$	-2	-1	0	1	2	3
$h = 1$	104	62	20	-22	-64	-96
$h = 2$	124	82	40	-2	-44	-86
$h = 3$	144	102	60	18	-24	-66

Tabelle 4.4: Durch die Rotor-Stator Interaktion angeregte azimutale Strukturen, nach Gleichung (4.1) mit $B = 20$ und $V = 42$.

der experimentellen Daten sind die Wellenlängen in den drei Raumrichtungen von Bedeutung. Für die Umfangsrichtung ist nicht die Auflösung der akustischen Wellen der limitierende Faktor, sondern die Abbildung der aerodynamischen Strömungsphänomene in der Schaufelpassage. Die radiale Auflösung ist, wie weiter oben beschrieben, schwierig zu quantifizieren und wird phänomenologisch festgelegt. Besonderes Augenmerk liegt daher auf den axialen Wellenlängen der ausbreitungsfähigen Kanalmoden bis zur dritten Blattfolgefrequenz. Insbesondere der Bereich zwischen Statorvorder- und Rotorhinterkante verlangt erhöhte Beachtung. In diesem Bereich muss der konvektive Transport des Geschwindigkeitsdefizits stromab der Rotorschaukel bis an die Vorderkante des Stators erfasst werden. An den Statorvorderkanten regt die zeitlich schwankende Anströmung Schallwellen an, welche sich stromauf und stromab ausbreiten. Obwohl letztendlich das Schallfeld im Nebenstromkanal, also stromab des Stators, Ziel der Untersuchung ist, müssen auch die stromauf laufenden Schallwellen in der Simulation ausreichend genau abgebildet werden. Die Beeinflussung der Nachlaufdele an der Hinterkante der Rotorschaukeln durch die Schallwellen stellt einen Rückkopplungsmechanismus dar, welcher ebenso berücksichtigt werden sollte, wie die Reflexion der Schallwellen am Rotor und dessen Stoßsystem. Bei der Reflexion am Rotor werden die Schallwellen in Frequenz und Umfangsordnung gestreut. Daher werden bei der Gittergenerierung die Eigenschaften der Kanalmoden bei der dritten BPF berücksichtigt, obwohl die Ergebnisse nur bei den ersten beiden Blattfolgefrequenzen ausgewertet werden.

Aufgrund der hohen relativen Machzahlen im Blattspitzenbereich der Rotorschaukeln muss von der Ausbildung eines ausgeprägten Stoßsystems in der Rotorpassage ausgegangen werden. Dies trägt vor allem zur Schallabstrahlung in den Einlaufkanal bei, welche nicht Gegenstand der vorgestellten Untersuchung ist. Für die beschriebenen Reflexions- und Streuungseffekte ist das Stoßsystem in der Rotorpassage jedoch ein wichtiger Einflussfaktor. Sowohl die Beeinflussung der Nachlaufdele wie auch die Reflexionen am Rotor und dessen Stoßsystem stellen einen nichtlinearen Interaktionsmechanismus dar, welcher bei Verwendung eines geeigneten Rechengitters durch das CFD-Verfahren vollständig erfasst werden kann.

Aufgrund der hohen axialen Machzahlen unterscheiden sich die Wellenlängen zwischen stromab und stromauf laufenden Kanalmoden erheblich. Aus den beschriebenen Gründen wird insbesondere der Bereich zwischen Rotor und Stator mit einer sehr kleinen axiale Zellgröße von $\Delta x \approx 0,0009 R$ vernetzt. Als Orientierung dient dabei eine Auflösung von 40 PPW für die stromauf laufenden Kanalmoden bei der dritten Blattfolgefrequenz. Das resultierende Rechennetz ist in Abbildung 4.16 für eine Teilung des Rotor- bzw. Statorgebiets dargestellt. Stromauf des Splitters,

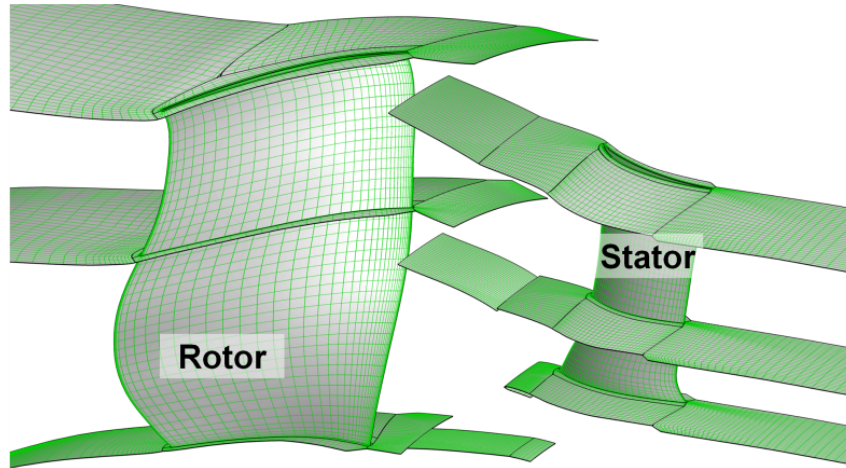


Abbildung 4.16: CFD-Gitter für aeroakustische Simulation der Rolls-Royce Gebläsestufe. Dargestellt ist jede dritte Netzlinie auf verschiedenen Gitterflächen. Zusätzlich ist die Strukturierung in einzelne Gitterblöcke angedeutet.

welcher den Kern- und Nebenstrom trennt, wird die radiale Ausdehnung des Strömungskanals mit 148 Zellen vernetzt. Es ergibt sich eine radiale Auflösung im Kanalinneren von $\Delta r < 0,006 R$. In der Rotor und Statorpassage selbst weist das Rechennetz eine etwas reduzierte axiale Auflösung auf, welche stromauf des Rotors weiter verringert wird. Stromab des Stators wird die axiale Auflösung nur moderat reduziert, da in diesem Bereich die Schallausbreitung bis zu den Auswerteebenen abgebildet werden soll. Diese befinden sich in einem Bereich ca. eine Sehnenlänge stromab des Stators. Die radiale Ausdehnung des Nebenstromkanals wird mit 114 Zellen vernetzt, was zu einer Zellgröße von $\Delta r < 0,005 R$ im Kanalinneren führt. In Form einer Dämpfungszone mit abnehmender axialer Auflösung erstreckt sich das Rechenggebiet dann um ungefähr 4 Sehnenlängen weiter in axialer Richtung, sowohl stromauf des Rotors wie auch stromab des Stators. Zur Auflösung der Grenzschichten an der Naben- und Gehäuseberandung des Strömungskanals werden Wandfunktionen verwendet. Auf den Schaufeloberflächen wird das Rechennetz in wandnormaler Richtung derart verfeinert, dass ohne Verwendung von Wandfunktionen die Grenzschichteffekte erfasst werden. Das CFD-Gitter besteht insgesamt aus ca. 10,3 Mio. Zellen, wobei sich ca. 4,2 Mio. Zellen in dem besonders feine aufgelösten Gitterbereich zwischen Rotorhinter- und Statorvorderkante befinden.

4.2.2 Aerodynamische Ergebnisse

Im Betriebspunkt „Take-Off“ bildet sich aufgrund der hohen relativen Machzahlen ein starker Verdichtungsstoß in der Rotorpassage aus (Abb. 4.17). Die maximale

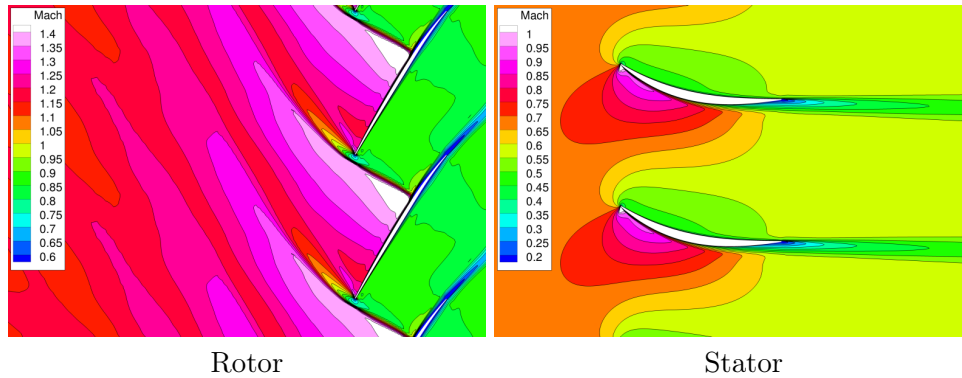


Abbildung 4.17: Zeitgemittelter Verlauf der relativen Machzahl im gehäusenahen Bereich der Rotorpassage bzw. der Statorpassage.

Machzahl in der Rotorpassage liegt etwa bei $M = 1,5$. Auf der Statorschaufel bildet sich in unmittelbarer Nähe zur Vorderkante ein leichter Verdichtungsstoß aus. Es existiert hier nur ein sehr kleiner Strömungsbereich mit einer Machzahl größer als eins. In der Statorpassage bilden sich ein inhomogenes Feld der Machzahl mit starke Gradienten zwischen Druck- und Saugseite aus, so dass von einer deutlichen Beeinflussung der Schallausbreitung in den Nebenstromkanal ausgegangen werden muss. In Abbildung 4.18 sind die Druckschwankungen auf der Oberfläche der Statorschaufeln dargestellt. Sowohl bei der ersten wie auch der zweiten Blattfolgefrequenz zeigen sich deutliche Unterschiede in der Höhe und dem Verlauf der Druckpegel zwischen Druck- und Saugseite der Statorschaufeln. Bei beiden Frequenzen liegen die Druckpegel auf der Saugseite ungefähr um 10 dB über den Pegeln auf der Druckseite. Der Verlauf der Schwankungen ist in einem weiten Bereich der Druckseite der Schaufeln relativ homogen und weist eine starke Pegelerhöhung an der Vorderkante auf. Auf der Saugseite fällt der Druckpegel von der Vorder- zur Hinterkante recht gleichmäßig ab. Das transsonische Strömungsfeld auf der Saugseite der Statorschaufel reagiert auf die Nachlaufdelle der Rotorscheufel mit stärkeren Druckschwankungen als das subsonische Strömungsfeld auf der Druckseite. Das Verhalten kann durch die saugseitige Stoßbildung erklärt werden, da hier ein Umschlag in einen qualitativ anderen Strömungszustand erfolgt. Die Schallquelle ist in diesem Fall nicht symmetrisch um die Vorderkante der Statorschaufel angeordnet, sondern auf der Saugseite stärker ausgeprägt als auf der Druckseite.

Die angeregten Kanalmoden breiten sich stromab des Stators auf einer zeitlich und räumlich schwankenden Hintergrundströmung aus. Hierfür existieren keine theoretischen Modelle, weswegen eine theoretische Modellierung der Schallaus-

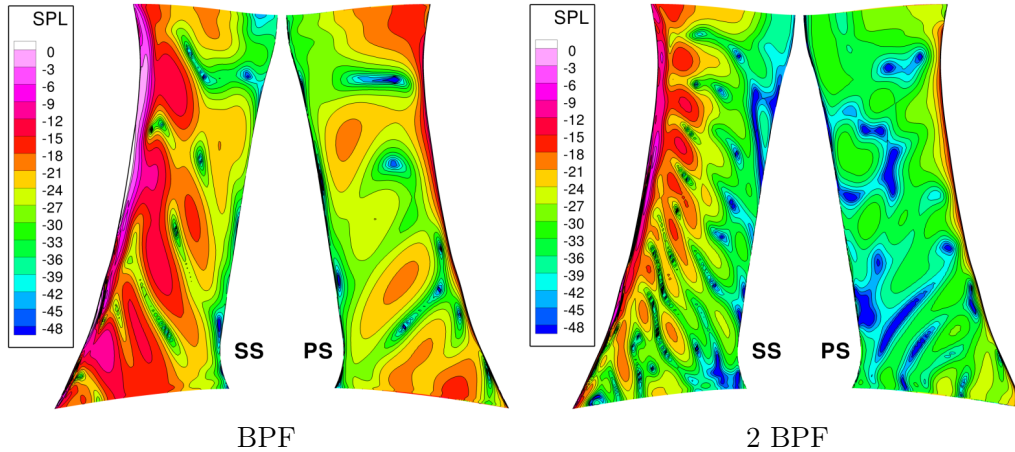


Abbildung 4.18: Druckpegel auf der Druck- und Saugseite der Statorschaufeln bei der ersten und zweiten Blattfolgefrequenz. Der Referenzpegel ist für beide Frequenzen gleich und entspricht ungefähr dem Maximum bei der BPF. Zur besseren Darstellung des Druckverlaufs ist die Schaufel um die Vorderkante verzerrt dargestellt.

breitung, im Unterschied zu einer numerischen, stets auf einer zeitlich gemittelten Hintergrundströmung stattfindet. Diese wird meist auch räumlich, zumindest in Umfangsrichtung, gemittelt. Abbildung 4.19 zeigt die zeit- und umfangsgemittelte axiale Machzahl. Diese reduziert sich durch die Mittelung auf ein radiales Profil, welches die mittlere Grenzschicht charakterisiert. Weiterhin ist die Umfangsgeschwindigkeit des Strömungsfeldes eine wesentliche Einflussgröße für die Schallausbreitung im Nebenstromkanal. Diese wird durch den ebenso gemittelten Abströmwinkel charakterisiert (Abb. 4.19). Der Einfluss des Abströmwinkels kann für den berechneten Betriebspunkt vernachlässigt werden, da der Stator den Drall quasi restlos aus dem Strömungsfeld entfernt. Eine zusätzliche radiale Mittelung des Strömungsfeldes ermöglicht die Verwendung eines analytischen Modells zur Beschreibung der Schallausbreitung (Kap. A.3). Durch Vernachlässigung der radialen Gradienten der axialen Machzahl wird die Hintergrundströmung auf eine so genannte Kolbenströmung reduziert. Diese wird durch eine axiale Machzahl vollständig beschrieben, welche bei dem simulierten Betriebspunkt $M = 0,52$ beträgt.

4.2.3 Zerlegung des Druckfeldes in aerodynamische und akustische Anteile

Für die akustische Auswertung des Druckfeldes im Bypasskanal wird das analytische Modell der Kanalmoden verwendet (Kap. A.3). Durch das TPP bzw. XTPP-Verfahren (Kap. 3.3) wird das Druckfeld bei den verschiedenen Frequenzen in eine Summe von akustischen Kanalmoden bzw. eine Summe aus akustischen Kanalmoden und konvektiven Komponenten entwickelt. Als Resultat der Modenanalyse

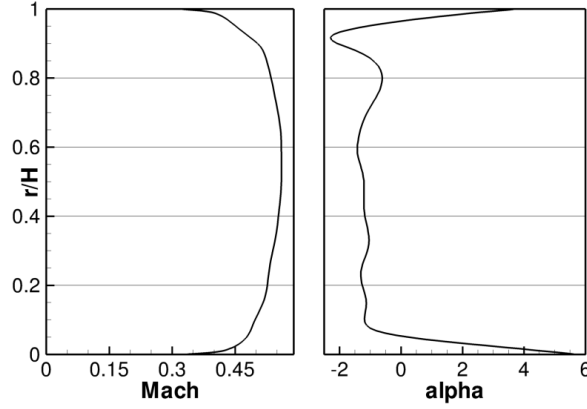


Abbildung 4.19: Radialer Verlauf der zeit- und umfangsgemittelten Machzahl und des Strömungswinkels stromab der Statorschaufeln.

ergeben sich die Amplituden bzgl. der einzelnen akustischen Moden. Aus diesen kann die transportierte Schallleistung berechnet werden (Gl. (A.30)). Breiten sich die Schallwellen in einem Strömungskanal mit konstantem Querschnitt auf einer Kolbenströmung mit konstanter axialer Machzahl aus, so ändert sich der Betrag der Amplituden nicht in axialer Richtung. Der Nebenstromkanal weist zwar eine konstante Querschnittsfläche auf, durch das Grenzschichtprofil wird es allerdings zu einer Variation der Modenamplituden bzgl. des analytischen Modells kommen. Im Folgenden wird gezeigt, dass diese Fehlerquelle bei der Auswertung realistischer Anwendungsfälle eher von untergeordneter Bedeutung ist. Die Modenanalyse wird an vier verschiedenen axialen Positionen durchgeführt. Auf diese Weise kann die Fehleranfälligkeit der Modenanalyse quantifiziert werden. In Abbildung 4.20 ist das Druckfeld bei der ersten Blattfolgefrequenz an der ersten und letzten Auswerteebene dargestellt, in Abbildung 4.21 für die zweite Blattfolgefrequenz. Die äußerst komplexen Druckmuster entstehen durch eine Überlagerung der akustischen Kanalmoden mit unterschiedlichen radialen und azimuthalen Ordnungszahlen und der aerodynamischen Schwankungen. Ein Vergleich zwischen der ersten und letzten Auswerteebene zeigt nur eine leichte Dämpfung der kleinskaligen Strukturen. Diese kann von physikalischer oder numerischer Natur sein, was auf die folgende Auswertung keinen Einfluss hat. Die aerodynamischen Schwankungen setzen sich aus den konvektiv transportierten Rotornachläufen und der zeitlichen Schwankung der Statornachläufe zusammen. Die Rotornachläufe sind im Schwankungsfeld bei den verschiedenen Harmonischen der Blattfolgefrequenz primär bei den Umfangsordnungen nach Tabelle 4.4 mit $k = 0$ präsent. Die Umfangsordnung der unmodulierten Nachläufe bei der h -ten Blattfolgefrequenz ergibt sich aus $m = hB$. Durch die Beeinflussung der Rotornachläufe durch die stromauf laufenden Schallwellen und die Statorschaufeln können diese auch Anteile bei den anderen Umfangsordnungen nach

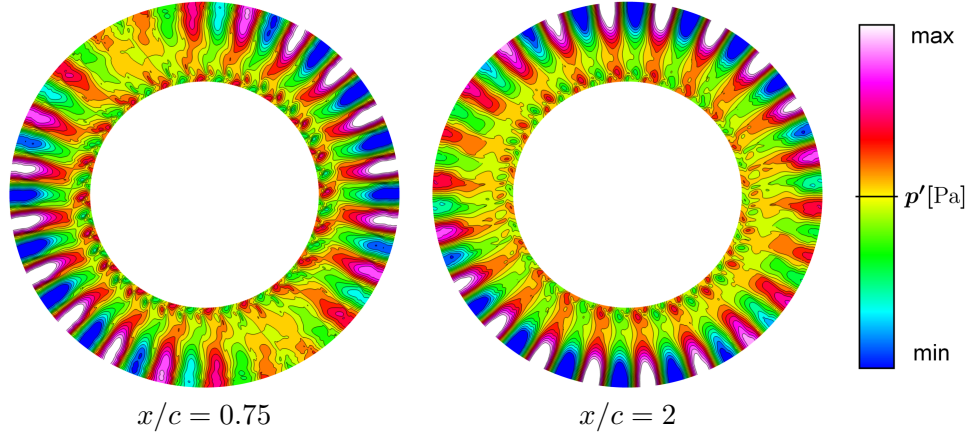


Abbildung 4.20: Instantanes Druckfeld bei der ersten Blattfolgefrequenz. Auf der linken Seite ist der Druck an der ersten, rechts an der letzten, Auswerteebene dargestellt. Der Abstand ist mit der Sehnenlänge des Stators normiert angegeben.

Tabelle 4.4 aufweisen⁴. Die Statornachläufe selbst sind im zeitlichen Mittel konstant. Nur deren zeitliche Modulation durch die Interaktion mit den benachbarten Rotorschaukeln tritt im Schwankungsfeld bei den verschiedenen Umfangsordnungen auf. Bei der ersten Blattfolgefrequenz sind Kanalmoden mit den Umfangsordnungen $m \in \{-22, 20\}$ ausbreitungsfähig, bei der zweiten Blattfolgefrequenz sind dies die Umfangsordnungen $m \in \{-44, -2, 40\}$. Die Amplituden der ausbreitungsfähigen Kanalmoden an den vier Auswerteebenen sind in Abbildung 4.22 und 4.23 in Form der Schalldruckpegel dargestellt. Die Amplituden weisen für die meisten der Kanalmoden erhebliche Unterschiede zwischen den beiden Auswerteverfahren auf. Der axiale Verlauf der Amplituden, welche mit dem TPP-Verfahren bestimmt wurden, variiert in allen Fällen stärker als der Verlauf der Amplituden, welche mit dem XTPP-Verfahren ermittelt wurden. Die Variation der TPP-Amplituden zwischen den verschiedenen axialen Positionen liegt in einem Bereich von 1-10 dB. Die axiale Variation der XTPP-Amplituden liegt für die meisten Kanalmoden in einem Bereich von 1-2 dB. Die Unterschiede im axialen Mittelwert der Amplituden der Kanalmoden zwischen beiden Verfahren sind allerdings verschwindend gering. Die XTPP-Amplituden der Moden $(-2, 2)$ und $(40, 1)$ weisen eine größere Variation auf. Die größere axiale Variation der XTPP-Amplituden bei diesen Kanalmoden hat unterschiedliche Ursachen, ist jedoch in beiden Fällen auf die Modellierung der Schallausbreitung durch das analytische Modell zurückzuführen: Die XTPP-Amplituden der $(40, 1)$ -Mode fallen in axialer Richtung exponentiell (linear in logarithmischer Darstellung) ab, ein typisches Verhalten für nicht ausbreitungsfähige Kanalmoden. Die $(40, 1)$ -Mode befindet sich sehr nahe an der Grenze zur Ausbreitungsfähigkeit.

⁴Nach der Theorie von Tyler und Sofrin [114] wird durch Gleichung (4.1) die Periodizität einer Umfangsstörung vorhergesagt, unabhängig ob es sich dabei um Schallwellen oder aerodynamische Schwankungen handelt.

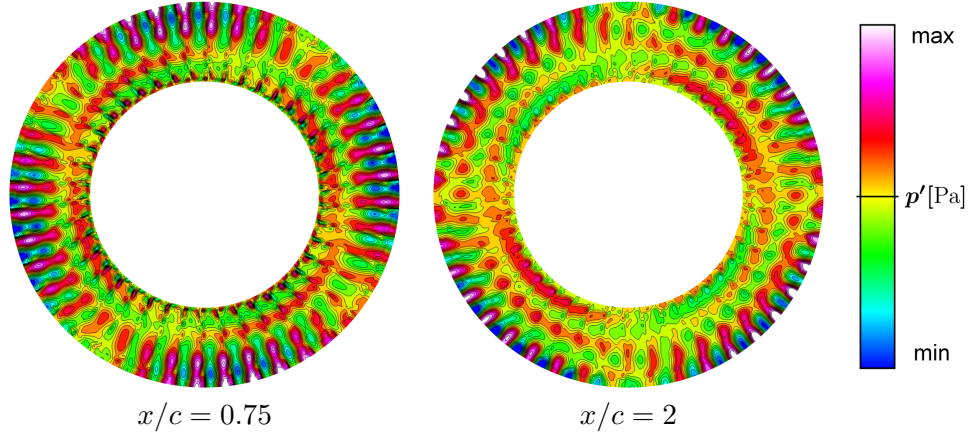


Abbildung 4.21: Instantanes Druckfeld bei der zweiten Blattfolgefrequenz. Auf der linken Seite ist der Druck an der ersten, rechts an der letzten, Auswerteebene dargestellt. Der Abstand ist mit der Sehnenlänge des Stators normiert angegeben.

Sie wird von dem analytischen Modell, basierend auf einer Kolbenströmung, zwar als ausbreitungsfähig ausgewiesen, ist jedoch auf der realen Hintergrundströmung mit dem radialen Machzahlprofil (Abb. 4.19) nicht ausbreitungsfähig. Anhand der TPP-Amplituden der (40,1)-Mode ist dieses Verhalten nicht zu erkennen. Die (-2,2)-Mode ist zweifelsfrei nach beiden Modellen ausbreitungsfähig, so dass die Ursache der starken axialen Variation der Amplituden dieser Kanalmode von anderer Natur sein muss. Von allen ausbreitungsfähigen Kanalmoden ist es diese, wo sowohl die TPP- wie auch die XTPP-Amplituden die größten Schwankungen in axialer Richtung aufweisen (10 bzw. 6 dB). Die (-2,2)-Mode liefert einen sehr kleinen Beitrag zur Gesamtenergie des Schallfeldes. Der Signal-Rauschabstand ist bei dieser Mode daher recht gering, so dass der Einfluss der aerodynamischen Schwankungen auf das Modenanalyseverfahren und damit die Amplituden der Kanalmoden sehr groß ist. Dieser kann durch die Erweiterung des Basisraums zur Zerlegung des Schwankungsfelds zwar deutlich reduziert werden, bleibt aber auf einem unbefriedigend hohen Niveau. Die verbleibende axiale Variation ist eine Überlagerung des Einflusses des relativ einfachen aerodynamischen Modells und der Annahmen bei der Modellierung der Schallausbreitung. In beiden Fällen wird von einer Hintergrundströmung ohne radiale Gradienten ausgegangen.

Durch die Erweiterung des Modells zur Schwankungsausbreitung im Strömungskanal um konvektive Komponenten kann die Qualität der akustischen Auswertung erheblich verbessert werden. Für den Großteil der ausbreitungsfähigen (m,n) -Moden ergibt sich eine deutlich geringere Abhängigkeit der Amplituden von der axialen Position der Auswerteebene verglichen mit dem TPP-Verfahren. Dies ist insbesondere für die robuste Bestimmung der Schallleistungspegel von großer Bedeutung.

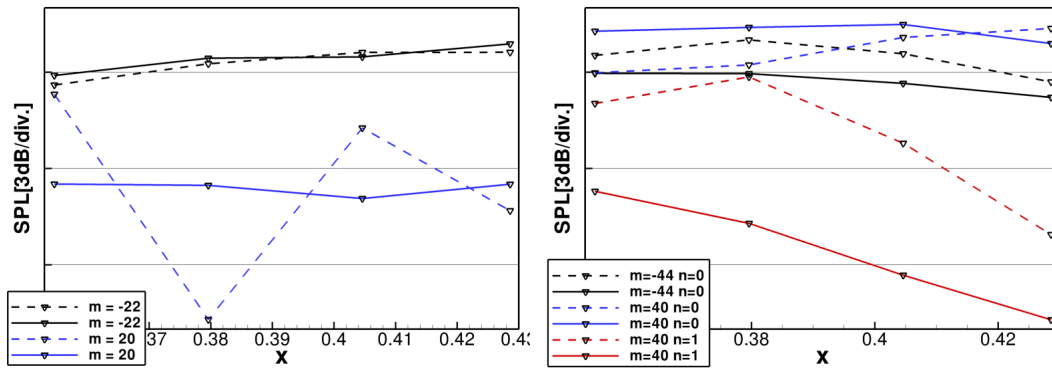


Abbildung 4.22: Axiale Variation der Schalldruckpegel der stromab laufenden Kanalmoden bei BPF 1 bzw. BPF 2. Die Modenanalyse wird dabei mit dem herkömmlichen TPP-Verfahren (- -) bzw. mit dem XTPP-Verfahren (-), unter Verwendung eines Modells für die aerodynamischen Schwankungen, durchgeführt.

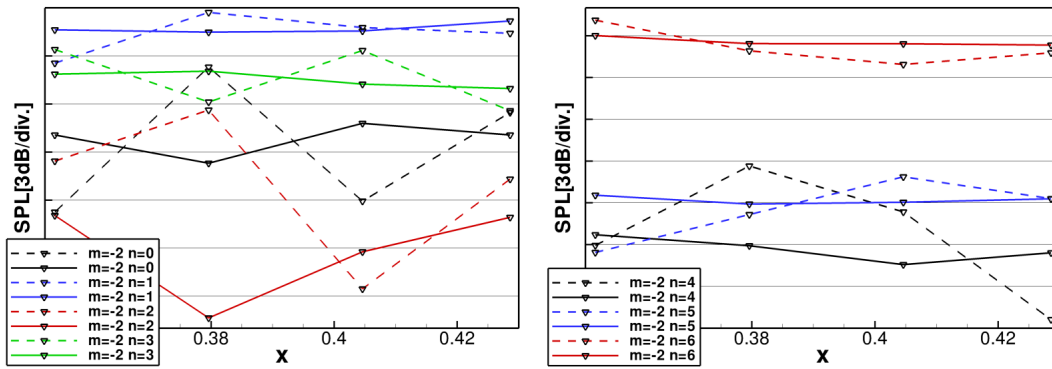


Abbildung 4.23: Axiale Variation der Schalldruckpegel der stromab laufenden Kanalmoden bei BPF 2. Die Modenanalyse wird dabei mit dem herkömmlichen TPP-Verfahren (- -) bzw. mit dem XTPP-Verfahren (-), unter Verwendung eines Modells für die aerodynamischen Schwankungen, durchgeführt.

4.2.4 Vergleich mit experimentellen Daten

Die experimentelle Bestimmung der Druckschwankungen im Nebenstromkanal wird mit einem Mikrofonrechen durchgeführt. Dieser befindet sich in einer axialen Entfernung von ca. einer Sehnenlänge stromab des Stators. Aufgrund des geringen Abstandes zu den Rotor- und Statorschaufeln werden starke aerodynamische Schwankungen im Strömungskanal erwartet. Sowohl für die gemessenen wie auch die simulierten Druckschwankungen wird die Berechnung der Amplituden der Kanalmoden mit und ohne konvektive Erweiterung des Modells zur Schwankungsausbreitung durchgeführt. Der experimentelle Aufbau, die Datenerfassung und die Auswertung ist von Tapken *et al.* [110] dokumentiert. In Abbildung 4.24 sind die experimentell und numerisch bestimmten Amplituden der ausbreitungsfähigen Kanalmoden bei der ersten Blattfolgefrequenz in Form ihrer Schalldruckpegel einander gegenübergestellt. Bei der $(-22,0)$ -Mode ergibt sich sowohl für die experimentellen wie auch die nu-

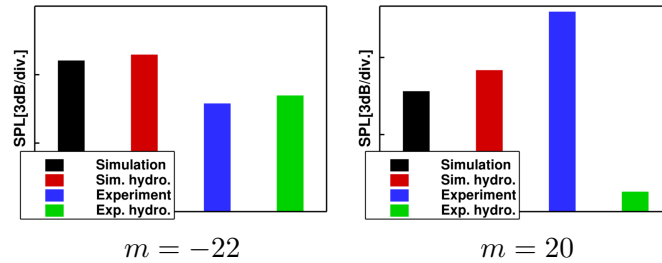


Abbildung 4.24: Vergleich der Schalldruckpegel der Kanalmoden zwischen Simulation und Experiment bei BPF 1, jeweils mit und ohne konvektiver Erweiterung des Basissystems.

merischen Daten eine nahezu identische Veränderung des Betrags der Amplitude durch Hinzunahme der konvektiven Komponenten bei der Modenanalyse. Der Unterschied zwischen Experiment und Simulation liegt jeweils bei weniger als 2 dB. Bei der $(20,0)$ -Mode liegt die Abweichung zwischen Experiment und Simulation bei ca. 3 dB. Bei dieser Kanalmode ist der Einfluss der konvektive Modellerweiterung auf die experimentell bestimmte Amplitude deutlich höher als in der Simulation. Die axialen Schwankungen der TPP-Amplituden (Abb. 4.22) sind bei dieser Kanalmode besonders ausgeprägt. Die Rotornachläufe treten bei der ersten Blattfolgefrequenz gerade mit einer Umfangsordnung $m = 20$ auf, so dass bei dieser Umfangsordnung eine erhebliche Beeinflussung der Amplitude durch die aerodynamischen Schwankungen naheliegend ist. Dieselbe Argumentation gilt bei der zweiten Blattfolgefrequenz für die Umfangsordnung $m = 40$. Abbildung 4.25 stellt die Amplituden der ausbreitungsfähigen Kanalmoden bei der zweiten Blattfolgefrequenz dar. Sowohl für die $(40,0)$ wie auch die $(40,1)$ -Mode ergibt sich eine deutliche Unterschätzung der experimentellen Amplituden von ungefähr 10 dB. Der Einfluss der konvektiven Modellerweiterung ist bei beiden Kanalmoden relativ gering und einheitlich zwischen Experiment und Simulation. Bei der Umfangsordnung $m = -44$ ist nur die erste

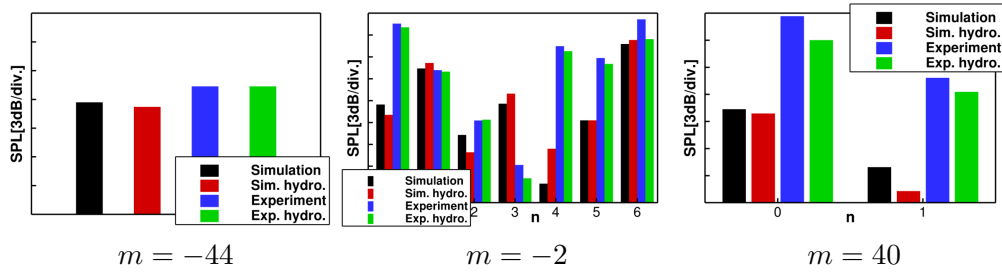


Abbildung 4.25: Vergleich der Schalldruckpegel der Kanalmoden zwischen Simulation und Experiment bei BPF 2, jeweils mit und ohne konvektive Erweiterung des Basissystems.

radiale Modenordnung ausbreitungsfähig. Die Differenzen zwischen berechneter und gemessener Modenamplitude liegen bei 2 dB. Bei der zweiten Blattfolgefrequenz und der Umfangsordnung $m = -2$ sind sieben Kanalmoden ausbreitungsfähig. Die Übereinstimmung der Amplituden ist bei den radialen Ordnungen $n \in \{1, 2, 6\}$, mit einer Abweichung von 0-3 dB, recht gut. Bei den radialen Ordnungen $n \in \{0, 4, 5\}$ werden die Amplituden um 9-15 dB dramatisch unterschätzt. Bei der radiale Ordnung $n = 3$ wird die Amplitude durch die Simulation um ungefähr 10 dB überschätzt. Die Differenzen sind größtenteils darauf zurück zu führen, dass verschiedene Effekte des experimentellen Versuchsaufbaus in der Simulation nicht abgebildet sind.

Beeinflussung durch die Datenerfassung: Das Mikrofonarray ragt in den Nebenstromkanal hinein und stellt sowohl für die Strömung wie auch die Schallausbreitung ein Hindernis dar. Zur Minimierung der Strömungsbeeinflussung ist die Mikrofonhalterung als symmetrisches NACA-Profil ausgeführt. Dies kann jedoch aufgrund der relativ großen Seitenfläche zu einer erheblichen Beeinflussung des Schallfeldes führen.

Erzeugung zusätzlicher Druckschwankungen: Durch die Interaktion mit den Nachlaufdüsen werden an den Mikrofonen zusätzliche Druckschwankungen induziert. Diese stellen einen Nahfeldeffekt dar, welcher die Messdaten erheblich verfälschen kann.

Reflexionen an den Kanalöffnungen: Bei der numerischen Berechnung werden die Reflexionen der Schallwellen an den Öffnungen des Strömungskanals nicht wiedergegeben. Diese können bis ins Quellgebiet zurück reichen und dort die Rotor-Stator Interaktion beeinflussen, durchlaufen aber auch die Gebläsestufe und sind dann von dem Primärschallfeld nicht mehr zu unterscheiden.

In Anbetracht dieser Unterschiede im Versuchsaufbau kann die Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation als hervorragend bezeichnet werden. Zur Reduktion der verbleibenden Differenzen sollten die oben genannten Effekte in der Simulation möglichst realistisch modelliert werden. Weiterhin sollte die Modellierung

des Geschwindigkeitsdefizit der Rotorscheaufeln durch das Turbulenzmodell des CFD-Lösers überprüft werden.

4.3 Schallabstrahlung im Freifeld - offener gegenläufiger Rotor AI-PX 7

Aufgrund ihres extrem hohen Nebenstromverhältnisses bieten offene gegenläufige Rotoren ein großes Potential der Reduktion des Treibstoffverbrauchs gegenüber aktuellen Turbofantriebwerken. Bereits in den späten 80er Jahren wurden umfangreiche Forschungsprogramme zur Untersuchung der Eignung dieses Antriebskonzepts für den zivilen Luftverkehr durchgeführt. Einer der kritischen Punkte bei der Einführung von offenen gegenläufigen Rotoren ist deren Schallabstrahlung, die teilweise deutlich über dem Niveau vergleichbarer Turbofans liegt (z.B. Donelson *et al.* [20] oder Grieb und Eckardt [34]). Im Rahmen des europäischen Forschungsprogramms „Joint Technology Initiative Clean Sky“ wurde u.a. das Potential einer gezackten Hinterkante am ersten Rotor zur Reduktion des Interaktionslärms der Gebläsestufe untersucht (Weckmüller und Guérin [121]).

Gegenstand der im Folgenden dargestellten Untersuchung ist ein generisches Design eines offenen gegenläufigen Rotors. Dieses wurde dem DLR von Airbus S.A.S. für Untersuchungen im Rahmen des oben genannten Forschungsprogramms zur Verfügung gestellt. Aufgrund des extrem großen Nebenstromverhältnisse wird der Massenstrom des Kerntriebwerks vernachlässigt ohne die Umströmung der Gebläsestufe zu beeinflussen. Die berechnete Gehäusegeometrie enthält weder eine Einlauf- noch eine Austrittsöffnung des Kerntriebwerks. Der erste Rotor des AI-PX 7 besteht aus elf Schaufeln; der zweite Rotor besteht aus neun Schaufel (Abb. 4.26). Die Schaufeln beider Rotoren weisen eine stumpfe Hinterkante auf. Zur Reduktion

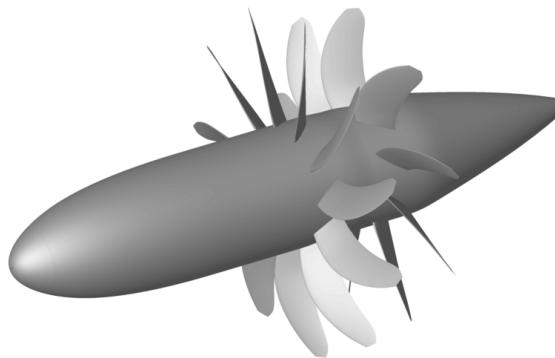


Abbildung 4.26: Der offene gegenläufige Rotor AI-PX 7. (Eigentum der Airbus S.A.S.)

der Blattspitzenwirbelinteraktion sind die Blätter des zweiten Rotors gegenüber den Blättern des ersten Rotors um 10% in der Länge reduziert. Im Folgenden wird die Berechnung der instationären Umströmung des AI-PX 7 und die Schallausbreitung bis ins Fernfeld der Gebläsestufe unter Verwendung des hybriden Verfahrens beschrieben. Die Schaufelreihenwechselwirkung des offenen gegenläufigen Rotors wird mit dem CFD-Verfahren TRACE berechnet. Die Abstrahlung der entstehenden Druckschwankungen ins Fernfeld wird mit dem konvektiven FW-H-Verfahren (Kap. 3.4.1) durchgeführt. Gegenstand der Simulation ist der Betriebspunkt „Take-Off“. Die Drehzahl der beiden Rotoren beträgt $\Omega = 1043$ RPM, wobei die Rotation des ersten Rotor in mathematisch negativer Richtung erfolgt. Die Umgebungsbedingungen liegen bei den Werten der internationalen Standardatmosphäre + 10 K und einer Flugmachzahl von $M = 0,23$. Der Außenradius R des ersten Rotors wird im Folgenden als Referenzlänge verwendet.

4.3.1 Erzeugung eines geeigneten Rechengitters

Das CFD-Verfahren TRACE ist auf die Abbildung der Strömungsbedingungen in ein- und mehrstufigen Verdichter- und Turbinenanordnungen hin optimiert. Bei der Berechnung des Strömungsfeldes eines offenen gegenläufigen Rotors liegen etwas andere Anforderungen an das CFD-Verfahren vor, welche sich unter anderem in der Gittergenerierung widerspiegeln. Die wesentlichen Herausforderungen und mögliche Lösungen bei der Strömungssimulation von offenen gegenläufigen Rotoren werden von Zachariadis und Hall [133] diskutiert, dies allerdings mit dem Blick auf stationäre Simulationen zur aerodynamischen Leistungsberechnung. Im Rahmen dieser Arbeit werden etwas andere Lösungsansätze verfolgt, da das Ziel die Berechnung des instationären Strömungsfeldes und letztendlich des akustischen Fernfelds der Gebläsestufe ist. Sämtliche zusätzliche Herausforderungen für das CFD-Verfahren resultieren aus der Abwesenheit eines ummantelnden Gehäuses.

Durch die Entfernung der Gehäusewand von den Schaufelenden bildet sich ein starker Blattspitzenwirbel aus. Weiterhin muss aufgrund der Abwesenheit der Außenwand auch in radialer Richtung ein künstlicher Abschluss des Rechengebiets eingeführt werden. Die so genannte Fernfeldrandbedingung sollte weder die Umströmung der Gebläsestufe noch deren Schallabstrahlung beeinflussen. Hierzu ist diese meist in einer erheblichen Entfernung zur Strömungsmaschine zu platzieren (Schnell *et al.* [89]). Zur Vermeidung extrem hoher relativer Machzahlen aufgrund der Starrkörperrotation der rotierenden Gitterblöcke wird eine nicht rotierende, so genannte Fernfeldblockgruppe eingeführt. Das Rechengebiet ist insgesamt in drei Blockgruppen unterteilt. Die stehende Fernfeldblockgruppe, welche nur wenige Zellen in Umfangsrichtung aufweist und die beiden Rotorblockgruppen, welche sich mit der jeweiligen Schaufelreihe mitbewegen und in Umfangsrichtung jeweils eine Schaufelpassage abbilden (Abb. 4.27). Ein wesentlicher Unterschied zwischen einer stationären und einer instationären Simulation ist die Realisierung des Informationsaustausches zwischen den einzelnen Blockgruppen. Im Fall der

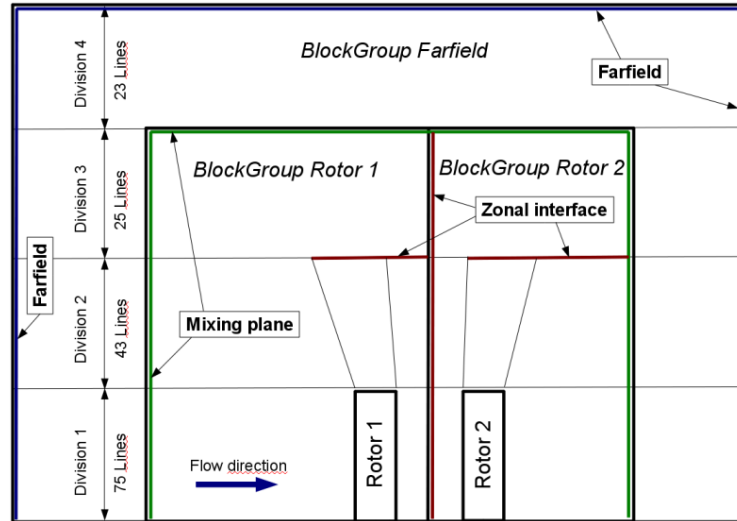


Abbildung 4.27: Skizzierung der Gittertopologie zur Berechnung des offenen gegenläufigen Rotors mit dem CFD-Verfahren TRACE. Das Gitter besteht aus drei Blockgruppen, welche sich relativ zueinander bewegen. Weiterhin sind die Randbedingungen und die Kopplung der verschiedenen Relativsysteme dargestellt.

stationären Simulation wird das Strömungsfeld an der Kopplungsebene zwischen den beiden Rotorblockgruppen in Umfangsrichtung gemittelt und das entstehende radiale Profil in das Relativsystem der benachbarten Schaufelreihe übertragen. Die Anbindung der Fernfeldblockgruppe an die beiden Rotorblockgruppen wird auf dieselbe Weise durchgeführt, wobei hier durch die Umfangsmittelung ein radiales bzw. ein axiales Profil erzeugt wird, welches den Informationsfluss zwischen den benachbarten Blockgruppen realisiert (Abb. 4.27 bzw. 4.29).

Bei einer stationären Simulation wird bei sämtlichen Gitterblöcken in Umfangsrichtung eine periodische Randbedingung verwendet. Aufgrund der zeitlich konstanten Randbedingungen der einzelnen Relativsysteme bildet sich eine stationäre Lösung aus. Diese wird später zur Initialisierung der instationären Simulation verwendet. Bei einer instationären Simulation wird in den Rotorblöcken ein instationäres Strömungsfeld berechnet, wobei die Fernfeldblöcke im stationären Modus verbleiben. Für die Rotorblöcke wird in Umfangsrichtung eine phasenversetzt periodische Randbedingung verwendet. Bei der Fernfeldblockgruppe wird weiterhin eine direkt periodische Umfangsabhängigkeit der Strömungslösung angenommen. Der Informationsaustausch zwischen dem stationären Strömungsfeld der Fernfeldblockgruppe und dem instationären Strömungsfeld der beiden rotierenden Blockgruppen wird durch eine so genannte instationäre Mischungsebene durchgeführt. Diese ist charakterisiert durch eine instationäre und eine stationäre Seite. Auf der stationären Seite wird das Strömungsfeld durch eine Umfangsmittelung auf ein radiales Profil

reduziert. Auf der instationären Seite der Kopplungsebene wird das Strömungsfeld zunächst in eine Fourierreihe bzgl. der Zeit entwickelt. Der Mittelwert wird in einem zweiten Schritt umfangsgemittelt und mit dem umfangsgemittelten Profil der stationären Seite ausgetauscht. Für die instationären Anteile wird eine klassische reflexionsarme Randbedingung, basierend auf eindimensionalen Charakteristiken verwendet (Giles [31]). Eine instationäre Strömungslösung liegt ausschließlich in den rotierenden Blöcken der beiden Rotorblockgruppen vor.

Insgesamt ist das Rechengitter aus vier radialen Bereichen aufgebaut (Abb. 4.27). Der erste Bereich erstreckt sich von der Triebwerksgondel bis zu den Blattspitzen der Rotorscheaufeln, besteht aus 74 Zellen in radialer Richtung und weist eine turbomaschinentypische Topologie auf. Ein C-Block fasst das Profil ein. Jeweils ein H-Block befindet sich in der Schaufelpassage, in Zuström- und in Abströmrichtung (Abb. 4.28). In Hauptströmungsrichtung sind mit einer leichten Verdichtung zur

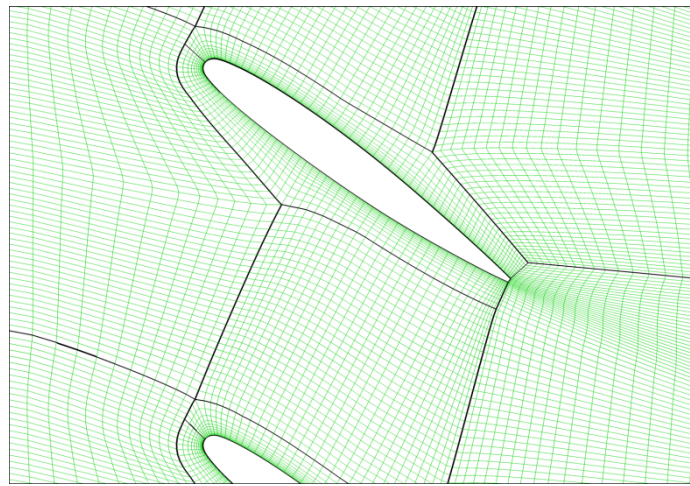


Abbildung 4.28: Das Rechengitter in der Schaufelpassage des ersten Rotors im gehäusenahen Bereich. Dargestellt ist jede zweite Gitterlinie.

Vorder- bzw. Hinterkante hin jeweils 252 Zellen um die Schaufeln herum verteilt. Die Schaufelpassage ist mit 108 Zellen von Blatt zu Blatt im ersten Rotor bzw. 118 Zellen im zweiten Rotor aufgelöst. Der Bereich von der Gondelspitze bis zur Vorderkante des ersten Rotors ist mit 118 Zellen vernetzt. Zwischen der Hinterkante des ersten Rotors und der Vorderkante des zweiten Rotors sind 90 Zellen verteilt. Der Bereich von der Hinterkante des zweiten Rotors bis zum Ende der Gondel ist mit 66 Zellen vergittert. Im Bereich der Blattspitzen ist das Rechengitter in radialer Richtung zur Auflösung der Blattspitzenwirbel stark verfeinert. Auf sämtlichen festen Oberflächen werden Wandfunktionen verwendet, wobei der Betrag der wandnormalen Zellgröße y^+ zwischen 40 und 70 liegt. Der zweite Gitterbereich führt die Topologie des ersten Bereichs identisch in radialer Richtung bis zu einem Radius

von $r \approx 1,75 R$ fort. Sämtliche Gitterzellen des ersten radialen Bereichs besitzen einen direkten Nachbarn im zweiten radialen Bereich. Dies stellt die größtmögliche Lösungsqualität sicher, da keine Interpolation verwendet wird. Im zweiten Bereich werden 42 Zellen in radialer Richtung verteilt, wobei das Rechengitter leicht in radialer Richtung vergrößert wird. Die radiale Verlängerung der Schaufel wird analog zur ummantelten Gebläsestufe durch zwei Kopfspaltenblöcke vernetzt, wobei diese sich im Fall der offenen Gebläsestufe über den gesamten zweiten Bereich erstrecken. An der Grenze zwischen zweitem und drittem Bereich endet die topologisch aufwändige Vernetzung der Schaufeln mit ihren teilweise extrem kleinen Gitterzellen. Der dritte Gitterbereich besteht jeweils aus einem einzelnen H-Block für die Blockgruppe des ersten bzw. zweiten Rotors. Die Topologie des Einströmblocks der jeweiligen Schaufelpassage wird in radialer Richtung fortgeführt. In dem restlichen Bereich, insbesondere in der radialen Verlängerung der Blattspitzen, wird der Informationsaustausch zwischen den Zellen der zweiten und dritten Ebene durch einen konservativen Interpolationsalgorithmus realisiert (Yang *et al.* [131]). Der dritte Gitterbereich besteht aus 24 Zellen in radialer Richtung, wobei die radiale Gitterstreckung etwas stärker als im zweiten Bereich fortgeführt wird. Der Außenrand des dritten Bereichs ist gleichzeitig der Außenrand der beiden Rotorblockgruppen. Dieser befindet sich bei einem Radius von $r \approx 3 R$ und wird in radialer Richtung durch die instationäre Mischungsebene mit den Fernfeldblöcken verbunden. Jenseits der instationären Mischungsebene erstreckt sich das Rechengebiet bis zu einer Entfernung von $r \approx 10 R$ in radialer Richtung. Dieser Bereich besteht aus 22 Zellen in radialer Richtung, wobei die Zellgröße weiter vergrößert wird. Sämtliche Fernfeldblöcke weisen eine azimuthale Ausdehnung von 3° auf, welche durch 10 Zellen aufgelöst wird. Das gesamte Rechengitter ist in Abbildung 4.29 dargestellt. Ähnlich wie in radialer Richtung erstreckt sich das Rechengebiet in axialer Richtung auf eine Entfernung von ca. $10 R$ stromauf und stromab von der Gebläsestufe. In dem ersten und zweiten radialen Bereich ist die Gitterauflösung in einer Ausdehnung von 1-2 Sehnenlängen stromauf und stromab der Gebläsestufe ausreichend fein zur dissipations- und dispersionsarmen Abbildung der akustischen Wellenausbreitung bis zu einer Frequenz von ca. 1,5 kHz. Dieser Gitterbereich wird als akustischer Bereich bezeichnet und enthält ca. 4,7 Mio der 7,8 Mio Gitterzellen. In diesem Bereich wird die Integrationsfläche zur Projektion der Schwankungsgrößen ins akustische Fernfeld platziert (Abb. 4.29 und 4.33).

4.3.2 Aerodynamische Ergebnisse

Aus den Strömungsgrößen der stationären Simulation werden die aerodynamische Leistungskennzahlen bestimmt. Durch Integration der Kräfte über die Oberfläche der beiden Schaufelreihen wird unter Berücksichtigung des Einflusses der verwendeten Wandfunktionen der Schub und das Drehmoment berechnet. Sind Schub und Drehmoment für beide Schaufelreihen bestimmt, wird daraus der Vortriebwirkungsgrad und die Verteilung der Leistungsaufnahme auf beide Rotoren, das so genannte „Powersplit“, berechnet. Ein Vergleich der integralen Leistungskennzahlen mit den

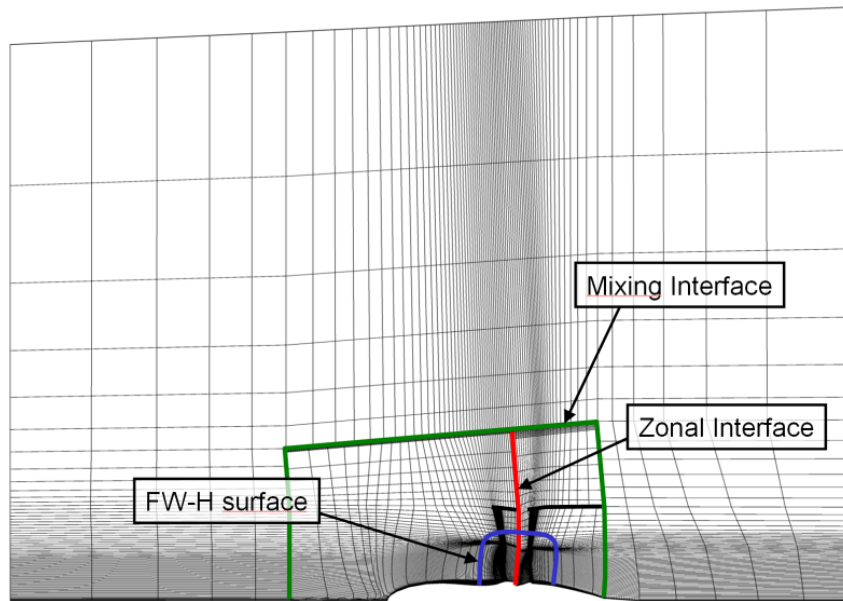


Abbildung 4.29: Überblick über das gesamte Rechengitter, dargestellt ist jede vierte Gitterlinie. Weiterhin sind die Positionen der Kopplungsebenen und der Fläche zur Fernfeldintegration abgebildet.

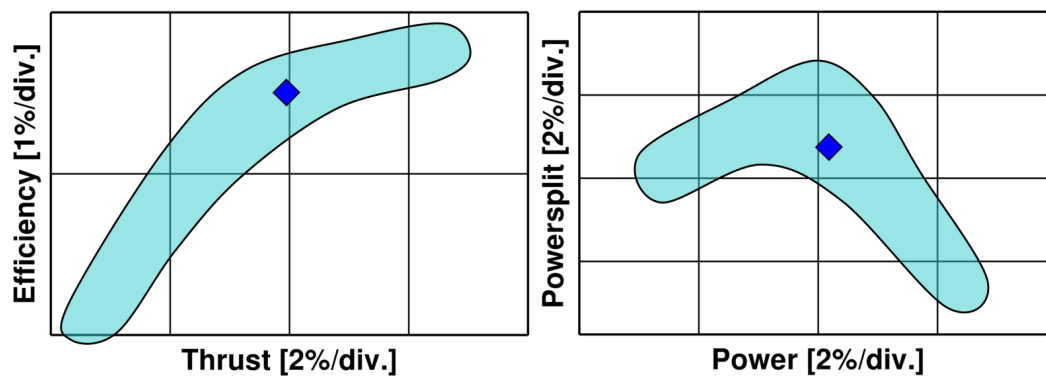


Abbildung 4.30: Aerodynamische Leistungskennzahlen des AI-PX7, berechnet mit den CFD-Verfahren verschiedener Projektpartner. Die blaue Raute stellt die Ergebnisse der hier vorgestellten Berechnung mit dem CFD-Verfahren TRACE dar. Die Ergebnisse der Projektpartner liegen in dem markierten Bereich.

Ergebnissen von vier unabhängigen Simulationsverfahren der anderen Partner des EU-Projekts ist in Abbildung 4.30 dargestellt. Die Übereinstimmung ist insgesamt recht gut, wobei die Ergebnisse der hier vorgestellten Simulation die kleinsten Abweichungen zum Mittelwert aufweisen.

Zum Abschluss der instationären Simulation werden die Strömungsgrößen in eine Fourierreihe bzgl. der Zeit entwickelt, wobei der Mittelwert und die ersten 12 Harmonischen der Grundfrequenz des jeweiligen Relativsystems gespeichert werden. Dies entspricht einer quasi verlustfreien Datenkompression gegenüber der Speicherung einer Zeitreihe, da durch den URANS-Ansatz ausschließlich die periodischen Komponenten des Strömungsfeldes korrekt wiedergeben werden können und der Beitrag der höheren Harmonischen meist sehr schnell abfällt. Aus den Feldern der Fourierkoeffizienten der berechneten Schaufelpassage kann unter Verwendung des Phasendifferenzwinkels zwischen oberem und unterem Rand des Rechengebiets das Strömungsfeld in Umfangsrichtung auf den vollen Umfang fortgesetzt und zu jedem beliebigen Zeitpunkt rekonstruiert werden (Abb. 4.31).

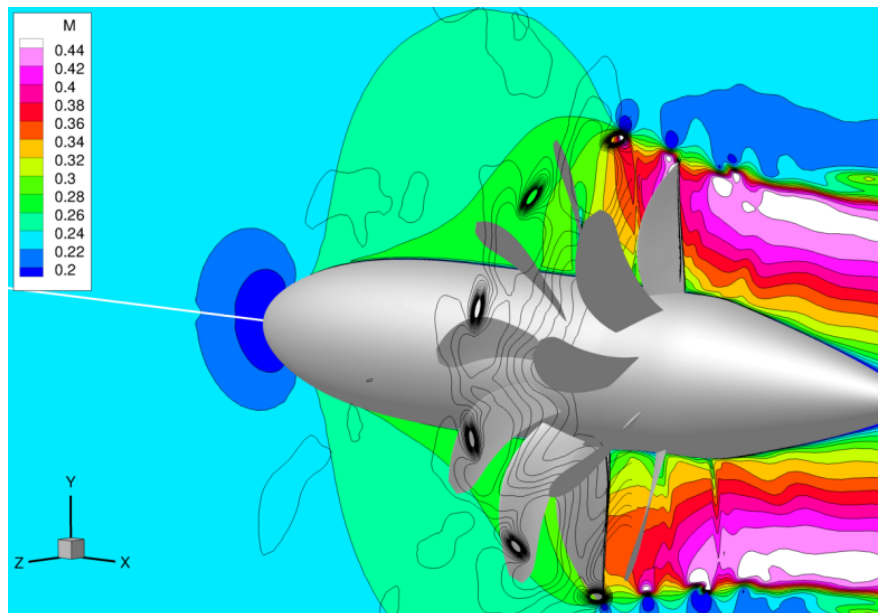


Abbildung 4.31: Instationäres Strömungsfeld zu einem beliebigen Zeitpunkt, dargestellt ist die Machzahl in der (x, y) -Ebene und das Druckfeld auf einer Querschnittsebene zwischen den Rotoren.

Der Rotoreigenlärm tritt bei den Vielfachen der Blattfolgefrequenz der jeweiligen Schaufelreihe auf. Im vorliegenden Fall ist dieser aufgrund der Blattzahlen und Drehzahlen der beiden Rotoren gut voneinander und vom Interaktionslärm zu unterscheiden, da im relevanten Frequenzbereich unterhalb von 1,5 kHz sämtliche

Rotoreigen- und Interaktionstöne bei unterschiedlichen Frequenzen vorliegen. Der Rotoreigenlärm wird durch die im Relativsystem stationäre Druckverteilung auf den Blättern der ersten bzw. zweiten Schaufelreihe angeregt. Der Interaktionslärm wird durch zeitlich schwankende Oberflächendrücke auf den Schaufeln angeregt. Bei den vorliegenden geringen Umströmungsmachzahlen trägt der Quadrupollärm nicht wesentlich zu Schallabstrahlung bei.

In Abbildung 4.32 ist der Effektivwert der Oberflächendruckschwankung für die erste und zweite Schaufelreihe dargestellt. Die Pegel sind auf dem ersten Rotor

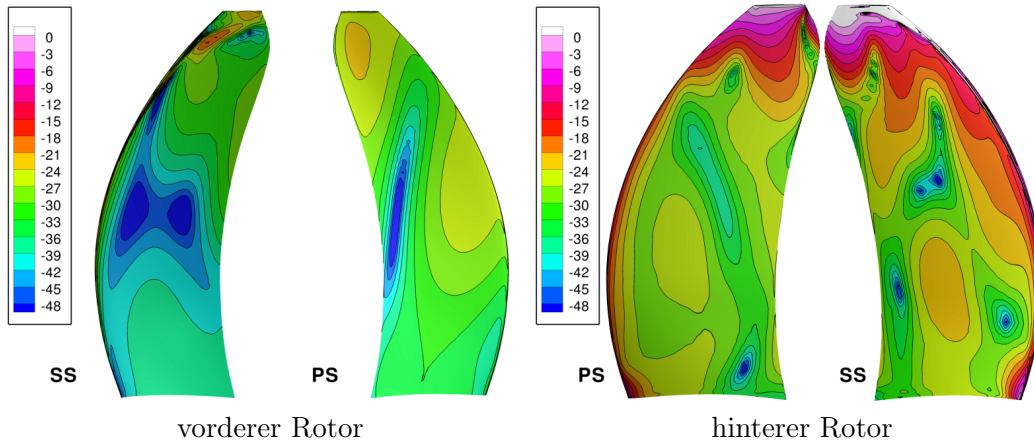


Abbildung 4.32: Effektivwert der Oberflächendruckschwankung bei der ersten Harmonischen im Relativsystem der jeweiligen Schaufelreihe dargestellt auf der Druck- und Saugseite der Rotorschaufeln. Der Referenzwert für die logarithmische Darstellung ist beliebig, jedoch für beide Schaufelreihen gleich gewählt.

deutlich niedriger und gleichmäßiger über die Oberfläche der Schaufel verteilt als die Pegel des zweiten Rotors. Auf dem zweiten Rotor weisen die Druckpegel über den gesamten Radius eine deutliche Erhöhung an der Vorderkante auf. Diese entsteht durch die Interaktion der viskosen Nachlaufdele des ersten Rotors mit der Vorderkante des zweiten Rotors. Die höchsten Druckpegel sind im Bereich der Blattspitze über der gesamten Sehnenlänge zu finden. Diese sind nochmals deutlich gegenüber den Werten an der Vorderkante erhöht und entstehen durch die Interaktion des Blattspitzenwirbels des ersten Rotors mit der Blattspitze des zweiten Rotors. Der Außenradius des zweiten Rotors ist offenbar nicht stark genug reduziert, um die Interaktion mit dem Blattspitzenwirbel des ersten Rotors vollständig zu vermeiden.

Die Kontraktion der Stromröhren ist im Betriebspunkt „Take-off“ am stärksten ausgeprägt. Es kann davon ausgegangen werden, dass die Blattspitzenwirbelinteraktion in den anderen Betriebspunkten nicht vorhanden oder mindestens schwächer

ausgeprägt ist. Durch die Druckschwankungen auf den Rotorscheaufeln insbesondere des zweiten Rotors werden Schallwellen angeregt, welche sich auf der inhomogenen Umströmung der Gebläsestufe ausbreiten. Dabei werden diese von den festen Oberflächen des Gehäuses und den Schaufelblättern reflektiert sowie an den Schaufelblättern aufgrund deren Bewegung auch in der Frequenz gestreut. In gewisser Entfernung zur Gebläsestufe wird die Integrationsfläche des FW-H-Verfahrens platziert. Für eine befriedigende Lösungsqualität muss das CFD-Verfahren die Schallausbreitung von der Quelle bis zur Integrationsfläche dissipations- und dispersionsarm abbilden.

4.3.3 Projektion der Schwankungsgrößen ins Fernfeld

Zur Bewertung der Schallemission der Gebläsestufe ist es notwendig die Schwankungsgrößen aus dem Nahfeld der Gebläsestufe in ihr akustische Fernfeld zu projizieren. Die Berechnung des akustischen Fernfelds wird mit dem konvektiven FW-H-Verfahren für durchströmte Integrationsflächen (Kap.3.4.1) durchgeführt. Die instationäre Lösung wird zunächst auf den vollen Umfang fortgesetzt und aus dem Relativsystem der jeweiligen Schaufelreihe in das feste Koordinatensystem des Beobachters übertragen. Sämtliche Schwankungsgrößen werden dabei in eine Fourierreihe bzgl. der Umfangsrichtung entwickelt (Kap. 3.1). Durch das konvektive FW-H-Verfahren wird der Druck im Fernfeld dann direkt aus den Fourierkomponenten bei einer einzelnen Frequenz und Umfangsordnung berechnet. Bei der Verwendung einer FW-H-Formulierung für eine durchströmte Integrationsfläche weist die Druckverteilung im Fernfeld häufig eine gewisse Abhängigkeit von der Positionierung der Integrationsfläche auf (Spalart und Shur [104]). In Kapitel 2.3.3 sind verschiedene Überlegungen zur optimalen Positionierung der Integrationsfläche dargestellt, welche eine gleichmäßige Minimierung der verschiedenen Fehlerquellen zum Ziel haben. Dies sind einerseits die Annahmen des Fernfeldverfahrens⁵ und andererseits der frequenzabhängige Dissipations- und Dispersionsfehler des CFD-Verfahrens. Im Folgenden wird daher keine bestimmte Richtcharakteristik berechnet, sondern allgemein die Abhängigkeit des Druckverlaufs im Fernfeld von der Positionierung der Integrationsfläche betrachtet. Da insbesondere auch die Konvektion von Wirbelstärkewellen über die Integrationsfläche zu Schwankungen in den Fernfelddrücken führen (Yin und Stürmer [132]), wurden zwei Gruppen von jeweils vier verschiedenen Integrationsflächen erzeugt. Bei der ersten Gruppe ist die Position der Integrationsfläche im Austrittsbereich konstant und ändert sich nur im Einström- und Seitenbereich (IS 1 - IS 4 in Abb. 4.33). Bei der zweiten Gruppe ist die Position im Einström- und Seitenbereich konstant und ändert sich

⁵Bei der Herleitung der Fernfeldlösung werden folgende Annahmen getroffen: Die Integrationsfläche wird homogen umströmt. Die Integrationsfläche ist geschlossen, d.h. es existieren keine schallreflektierenden (festen) Oberflächen außerhalb der Integrationsfläche. Bei Vernachlässigung der Volumenintegration wird zusätzlich die Annahme getroffen, dass keine Quadrupoleffekte außerhalb der Integrationsfläche vorhanden sind. Diese Annahme wird insbesondere dann verletzt, wenn Wirbel über die Integrationsfläche konvektiert werden.

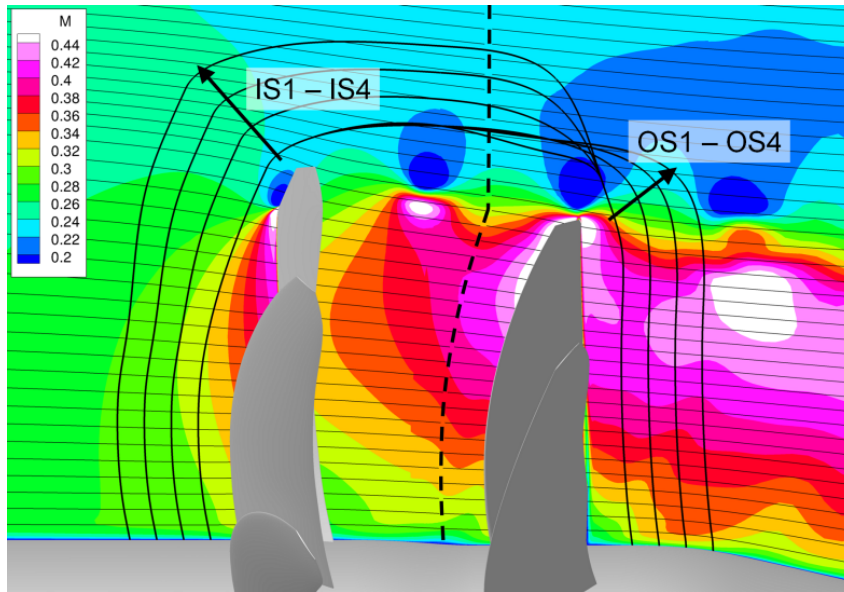


Abbildung 4.33: Die Gebläsestufe und verschiedenen Integrationsflächen in der (x, r) -Ebene. Die Machzahlverteilung zu einem beliebigen Zeitpunkt und die umfangsgemittelten Stromlinien veranschaulichen die Bewegungsrichtung und Ausdehnung der Blattspitzenwirbel.

nur im Ausströmbereich (OS 1 - OS 4 in Abb. 4.33). Die kleinste Integrationsfläche, welche sich insgesamt in geringster Entfernung zur Gebläsestufe befindet, ist Teil von beiden Gruppen. In Abbildung 4.34 ist die Druckverlauf über den Polarwinkel ψ für verschieden Frequenzen aufgetragen. Deutlich zu erkennen ist die starke Abhängigkeit der Schalldruckpegel von einer Variation der Integrationsfläche im Ausströmbereich. Diese beträgt bei dem ersten Interaktionston je nach betrachtetem Winkelbereich bis zu 12 dB und bei der BPF des ersten bzw. zweiten Rotors immerhin noch 3 dB. Bei einer Variation der Flächenposition im Einström- und Seitenbereich ändern sich die Schalldruckpegel im Fernfeld durchweg um weniger als 1 dB. Damit ist für diese Simulation gezeigt, dass das CFD-Verfahren die Schallausbreitung auf dem verwendeten Rechnernetz ausreichend dissipations- und dispersionsarm abbildet und die Vernachlässigung von möglichen Reflexionen am Triebwerksgehäuse und Strömungsinhomogenitäten stromauf der Gebläsestufe bei der Fernfeldintegration nur von untergeordneter Bedeutung für den Gesamtfehler sind.

Da die Variation der Ausströmfläche eine wesentlich größeren Einfluss auf die Fernfelddrucke hat, liegt der Schluss nahe, dass die Konvektion der Wirbelstärkewellen (Blattspitzenwirbel und Rotornachläufe) über die Integrationsfläche die dominante Fehlerursache darstellt. Dies wird im Folgenden motiviert. Anhand

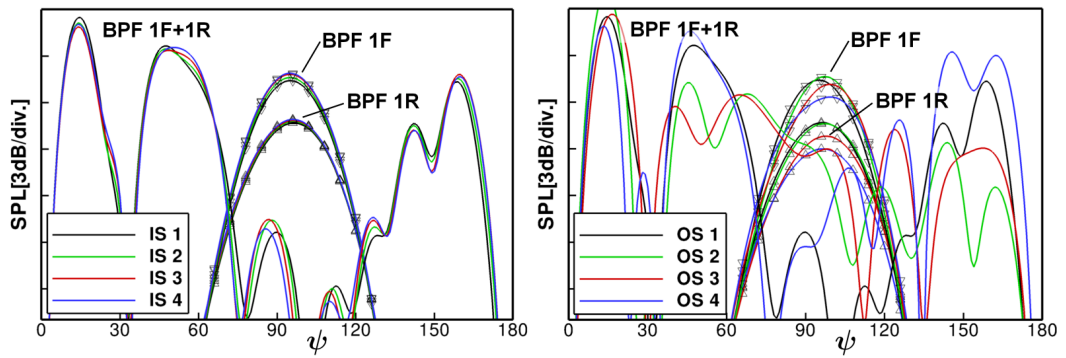


Abbildung 4.34: Vergleich der Richtcharakteristik bei Verwendung verschiedener Integrationsflächen. Variation der Einströmfläche auf der linken Seite. Variation der Ausströmfläche auf der rechten Seite. Dargestellt ist jeweils die Druckverteilung über den Polarwinkel bei der Blattfolgefrequenz des ersten (▽) bzw. des zweiten Rotors (△) und der erste Interaktionston (-).

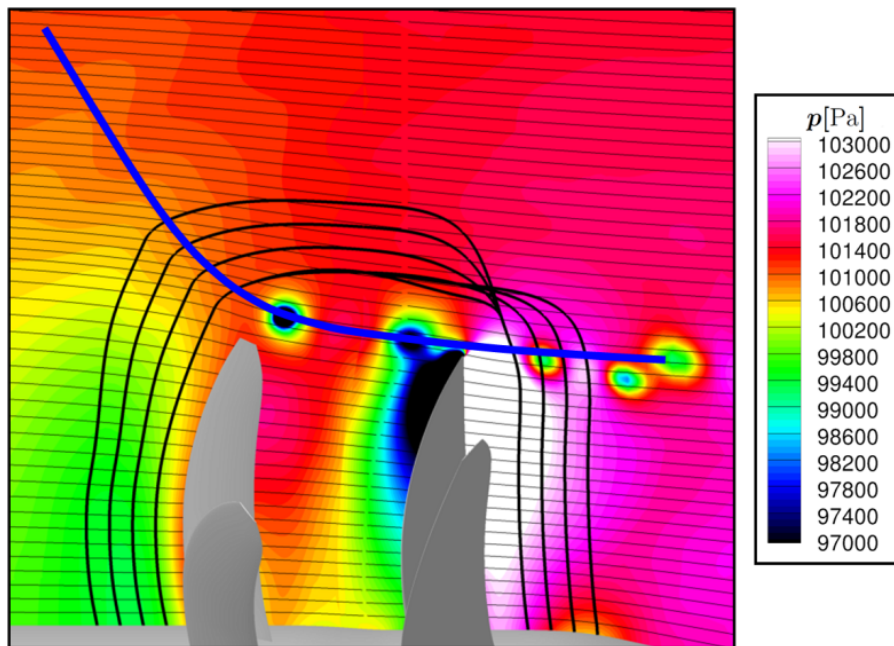


Abbildung 4.35: Statischer Druck zu einem festen Zeitpunkt dargestellt auf einem Längsschnitt, gemeinsam mit den verschiedenen Integrationsflächen. Durch Rotation der blauen Kurve entsteht die Analysefläche auf welcher der Schwankungsdruck dargestellt wird (Abb. 4.36).

Abbildung 4.35 ist der Bereich zu erkennen indem die Blattspitzenwirbel die verschiedenen Integrationsflächen passieren. Durch Abbildung 4.36 wird die Phasenänderung des Schwankungsdrucks bei der Frequenz⁶ ($EO = 29$) senkrecht zu den Integrationsflächen in zwei Bereichen dargestellt. Auffällig ist die deutlich größere Wellenlänge des Schwankungsdrucks im stromauf gelegenen Teil der Analysefläche. Im stromab liegenden Teil der Analysefläche, hier fällt diese quasi mit

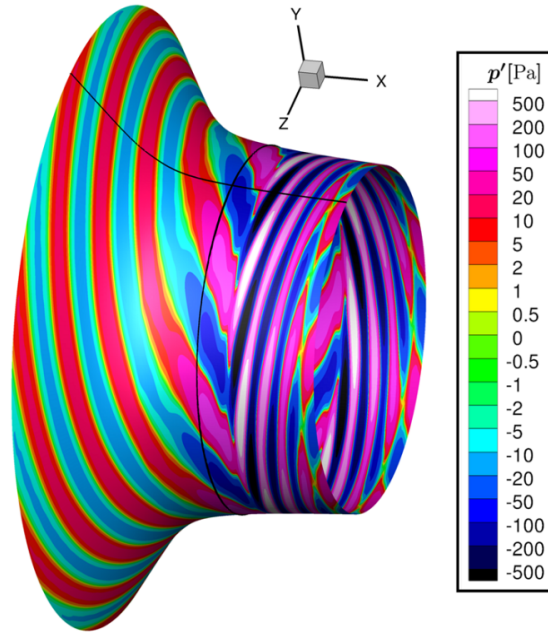


Abbildung 4.36: Schwankungsdruck bei einer einzelnen Frequenz ($EO = 29$) auf der Analysefläche (Abb. 4.35).

einer Stromröhre zusammen, zeichnet sich der Schwankungsdruck durch größere Amplituden und eine kleinere Wellenlänge aus. Die Sensitivität des Fernfelddrucks bei Anwendung des FW-H-Verfahrens kann folgendermaßen veranschaulicht werden: Wird die Position der Integrationsfläche im Einströmbereich verändert, so ändert sich die Phasenlage der Schwankungsgrößen auf der Fläche schallartig. Bei der Anwendung des FW-H-Verfahrens wird die resultierende Laufzeitänderung durch die retardierte Zeit abgebildet. Das Konzept der retardierten Zeit wird im Frequenzbereich durch eine Phasendrehung repräsentiert. Ist die Phasenänderung der Schwankungsgrößen bei einer Variation der Flächenposition also schallartig, so wird diese durch die retardierte Zeit nahezu perfekt ausgeglichen. Der Schalldruck im Fernfeld hängt dann nur schwach von der Position der Integrationsfläche ab.

⁶Für die Darstellung der Ergebnisse im Frequenzbereich wird häufig eine Entdimensionalisierung der Frequenz mit der Wellendrehzahl durchgeführt. Dabei entstehen die so genannten Engine orders ($EO = \omega/\Omega$). Tonale Lärmquellen treten bei ganzzahligen EO auf.

Aufgrund der Wirbelkonvektion über die Ausströmfläche ändert sich die Phasenlage der Schwankungsgrößen bei einer Variation der Flächenposition in diesem Bereich jedoch nicht schallartig sondern strömungsartig. Dies kann durch die retardierte Zeit bei der Integration der Schwankungsgrößen durch das FW-H-Verfahren nicht ausgeglichen werden. Das Drucksignal an einem festen Punkt im Fernfeld hängt in diesem Fall von der verwendeten Integrationsfläche ab. Eine optimale Position der Integrationsfläche kann es nicht geben, solange die Schwankungsfelder auf der Integrationsfläche durch Wirbelkonvektion dominiert werden.

Wird die Schalldruckverteilung über eine Kugelfläche integriert ergibt sich die Schallleistung (Moreau und Guérin [63]). Dieser ist ein Maß der pro Frequenz in Form von Schall abgestrahlten Energie und ist in Abbildung 4.37 für alle relevanten Frequenzen dargestellt. Wird die Flächenposition an der Ausströmseite konstant gehalten, liegen die Unterschiede in den Schallleistungspegeln bei nahezu allen betrachteten Frequenzen unterhalb von 1 dB, bei den dominanten Interaktionstönen sogar unterhalb von 0,2 dB. Bei einer Variation der Flächenposition an der Ausströmseite liegen die Unterschiede in den Schallleistungspegeln zwischen den einzelnen Integrationsflächen bei 2 - 4 dB. Die Schallleistungspegel sind in deutlich

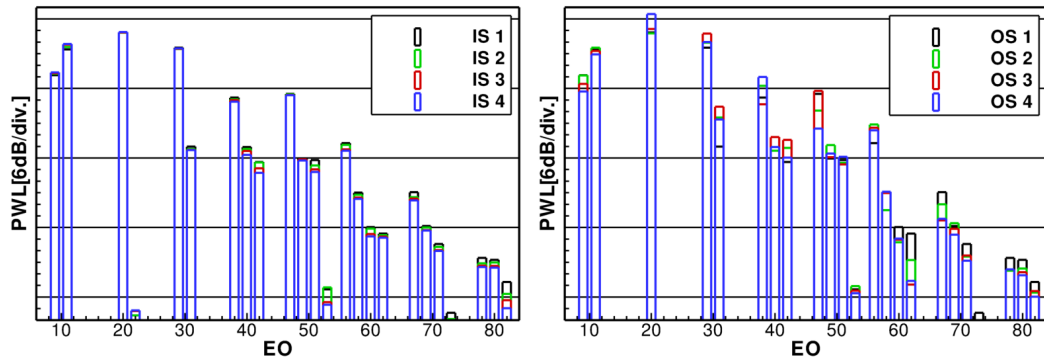


Abbildung 4.37: Vergleich der abgestrahlten Schallleistungspegel bei Verwendung verschiedener Integrationsflächen aufgetragen über der dimensionslosen Frequenz ($EO = \omega/\Omega$). Variation der Einströmfläche auf der linken Seite. Variation der Ausströmfläche auf der rechten Seite.

geringerem Maße von einer Variation der Flächenposition abhängig als die Schalldruckpegel. Durch die Integration der Schalldruckpegel über die Kugeloberfläche wird ein Großteil der Schwankungen ausgeglichen. Die stärkere Abhängigkeit der Pegelhöhe von einer Variation der Ausströmfläche ist jedoch auch anhand der Schallleistungspegel deutlich zu erkennen.

5 Schlussfolgerungen

5.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wird eine hybride Methode zur Berechnung der tonalen Schallimmission im Fernfeld von Turbomaschinen beschrieben. Das hybride Verfahren zur effizienten Berechnung von Schallerzeugung und Schallausbreitung bis ins Fernfeld besteht in einer Zerlegung des Rechengebiets in drei Teile und die Verwendung von dedizierten Rechenverfahren in den Einzelbereichen. Die einzelnen Teile sind das Quellgebiet, das Ausbreitungsgebiet und das Fernfeld. Durch die Gebietszerlegung wird die Berechnung der Schallerzeugung und Schallabstrahlung von realitätsnahen Konfigurationen mit den momentan verfügbaren Computerressourcen überhaupt erst ermöglicht. Den Schwerpunkt dieser Arbeit bilden die Verfahren zur Kopplung der Teilbereiche. Die Realisierung der Kopplung der Einzelbereiche des hybriden Verfahrens hängt grundsätzlich von einem konkreten Anwendungsfall und den damit einhergehenden physikalischen Eigenheiten ab. Diese müssen von der Kopplungsstrategie berücksichtigt werden und schlagen sich damit in den verwendeten bzw. entwickelten Methoden wieder:

- Stromauf einer ummantelten Gebläsestufe werden die Schwankungsgrößen im Quellgebiet zum Zweck der weiteren Ausbreitung auf das Rechengitter des Ausbreitungsgebiets interpoliert. Hierzu wurde eine trilineare Interpolation mit einem Verfahrensfehler zweiter Ordnung implementiert.
- Stromab einer ummantelten Gebläsestufe stellen die Schwankungsgrößen im Quellgebiet eine Überlagerung von aerodynamischen und akustischen Anteilen dar. Das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte „**eXtended-Triple-Plane-Pressure Mode Matching**“-Verfahren ermöglicht die Zerlegung der Schwankungsgrößen in aerodynamische und akustische Anteile. Die Definition der Schallquelle im Ausbreitungsgebiet basiert dann nur auf den akustischen Anteilen. Die Abspaltung der aerodynamischen Schwankungsgrößen führt zu einer erheblichen Steigerung der Ergebnissqualität.
- Im Freifeld, bei der Berechnung der tonalen Schallerzeugung eines offenen gegenläufigen Rotors werden die Schwankungsgrößen aus dem Quellgebiet auf die Integrationsfläche des Fernfeldverfahren interpoliert. Durch einen eigens entwickelten hoch effiziente Algorithmus wird die notwendige Transformation der Schwankungsgrößen aus dem rotierenden Rechengebiet des CFD-Verfahrens in das ruhende Bezugssystem des Beobachters realisiert. Aus der auftretenden Verknüpfung von Frequenz und Umfangsordnung leitet sich der Name (m, ω) -Transformation ab. Für die Ausbreitung der Druckfelder ins Fernfeld wird ein

spezielles FW-H-Verfahren eingesetzt, welches direkt auf den Komponenten der Schwankungsgrößen bei den einzelnen Umfangsordnungen aufbaut. Auf diese Weise können die Eigenschaften des diskreten Spektrums in der Frequenz und der Umfangsordnung optimal zur Erhöhung der Genauigkeit bzw. Reduktion der Rechenzeit bei der Fernfeldintegration ausgenutzt werden.

Zur Validierung der hybriden Berechnungsmethode wurde die Schallerzeugung von drei realistischen Anwendungsfällen berechnet:

Zum einen wurde der Rotor-Stator-Interaktionslärm der DLR-UHBR Gebläsestufe im Betriebspunkt „Approach“ und dessen Ausbreitung in den Einlaufkanal berechnet. Anhand der Amplituden der Kanalmoden bei der zweiten Blattfolgefrequenz wurde ein Vergleich mit experimentellen Daten vorgenommen. Die Abweichung der experimentellen und der numerischen Ergebnisse liegt im Rahmen der Reproduktionsgenauigkeit der Messung und beträgt bei den dominanten Moden 1 bis 2 dB. Für die verbleibenden Abweichungen können unterschiedliche Ursachen sowohl auf numerischer wie auch experimenteller Seite verantwortlich sein.

Der zweite Anwendungsfall ist eine Rolls-Royce Gebläsestufe, wobei auch hier der Rotor-Stator-Interaktionslärm das Ziel der Berechnung war. Bei dem Betriebspunkt „Take-Off“ wurde das Schallfeld im Nebenstromkanal an verschiedenen axialen Positionen analysiert und mit Messdaten verglichen. Die Schwankungen der Amplituden zwischen den verschiedenen axialen Ebenen konnte durch die Verwendung des „eXtended-Triple-Plane-Pressure Mode Matching“-Verfahrens erheblich reduziert werden. Der Vergleich mit experimentellen Daten zeigt bei manchen Kanalmoden eine sehr gute Übereinstimmung von 1-2 dB, wobei andere Kanalmoden auch deutliche Unterschiede bis zu 10 dB aufweisen. Dies kann verschiedenen Unterschieden, zwischen dem Messaufbau und der numerischen Simulation zugeschrieben werden und Bedarf weiterer Untersuchungen.

Das Verfahren zur Fernfeldausbreitung wurde zunächst an verschiedenen analytischen Schallquellen, mit unterschiedlichen Machzahlen und Quelleigenschaften validiert. Die Übereinstimmung mit den analytischen Daten im Fernfeld liegt dabei durchweg im Rahmen der Rechengenauigkeit, wenn eine ausreichend feine Diskretisierung der Integrationsfläche verwendet wird. Als typischer praxisnaher Anwendungsfall wurde das Fernfeld eines offenen gegenläufigen Rotors berechnet. Das instationäre Strömungsfeld um den offenen gegenläufigen Rotor „AI-PX 7“ wurde mit dem CFD-Verfahren TRACE im Betriebspunkt „Take-Off“ berechnet. Eine Variation der Position der Integrationsfläche zeigt eine starke Abhängigkeit des Fernfelddrucks von einer Veränderung der Flächenposition im Bereich der Blattspitzenwirbel und der Schaufelnachläufe, wohingegen der Fernfelddruck quasi unabhängig gegenüber einer Veränderung der Flächenposition in den anderen Bereichen ist. Eine Validierung der Simulation wurde aufgrund fehlender Messdaten nicht durchgeführt. Die Konvektion von Wirbelstärkeschwankungen über die

Integrationsfläche wurde, falls diese bei der Anwendung auftritt, als dominante Fehlerquelle für die Fernfeldausbreitung identifiziert.

5.2 Diskussion

Die numerischen Verfahren welche in dieser Arbeit vorgestellt wurden, ermöglichen eine erhebliche Steigerung der Effizienz der numerischen Vorhersage des tonalen Triebwerkslärms gegenüber etablierten Methoden. Die hohe Effizienz der hybriden Methode kann in eine Reduktion der Rechenzeit oder eine Erhöhung der Genauigkeit umgesetzt werden.

Durch die Erweiterung der Modenanalyse um konvektive Komponenten kann die Auswertung der CFD-Simulation in deutlich geringerem Abstand zur Schallquelle durchgeführt werden. Es ist erstmals gelungen eine valide akustische Datenauswertung direkt stromab des Stators im unmittelbaren Nahfeld der Schallquelle durchzuführen. Hierdurch kann der Rechenaufwand der CFD-Simulation deutlich reduziert werden, da die Berechnung der Schallausbreitung auf ein kleineres Gebiet beschränkt werden kann. Der Umfang dieser Einsparungen ist von der berechneten Konfiguration abhängig und liegt bei ungefähr 25% bis 50%. Andererseits wird durch die Verfahrenserweiterung die Genauigkeit der Datenanalyse erheblich gesteigert. Dies wurde anhand von numerischen Daten demonstriert kann aber auch auf die Auswertung experimenteller Daten übertragen werden. Die Erhöhung der Analysegenauigkeit und die bessere physikalische Interpretierbarkeit der Ergebnisse sollte für den Anwender eine höhere Bedeutung haben als die Beschleunigung des Verfahrens. Durch die Modellierung konvektiver Komponenten und die entsprechende Erweiterung des Ausbreitungsmodells zur Modenanalyse ist ein sehr schnelles und robustes Verfahren entstanden, da weiterhin das analytisch bekannte Spektrum der konvektiven Wellengleichung verwendet wird. Hierin liegt auch die Grenze des Verfahrens begründet: weicht die vorhandene Hintergrundströmung zu stark von einem Kolbenprofil ab, so sinkt die Genauigkeit der Datenanalyse. Die Stärke der resultierenden Schwankung der Modenamplituden bei einer axialen Variation der Auswerteebenen markiert zuverlässig den Verfahrensfehler bei der Modenanalyse, wenn die Hintergrundströmung die Modellannahmen verletzt. Eine Variation der Position der Auswerteebene sollte daher bei der Anwendung des Verfahrens grundsätzlich durchgeführt werden.

Durch die Umformulierung des Verfahrens zu Fernfeldintegration aus dem Zeitbereich in den Frequenzbereich konnte die Zeit zur Berechnung des Druckverlaufs auf einem Halbkreis um die Schallquelle aus dem Bereich von Stunden auf wenige Minuten reduziert werden. Dies entspricht einer Beschleunigung um ungefähr zwei Größenordnungen. Durch die Transformation des Flächenintegrals zu einer Summe von Linienintegralen ist es erstmals möglich die Fernfeldausbreitung einzelner Umfangskomponenten bei bestimmten Frequenzen isoliert zu berechnen. Durch

die entstehenden Gewichtsfunktionen ist eine Abschätzung der Abstrahleffizienz einzelner Umfangsordnungen möglich, ohne detaillierte Informationen über die Schallquelle zu berücksichtigen. Dies erlaubt die Betrachtung einer reduzierten Anzahl von Paaren aus Frequenz und Umfangsordnung bei der Berechnung des Schalldruckpegels im Fernfeld was zu einer weiteren Beschleunigung des Verfahrens führt.

In Kombination mit der (m, ω) -Transformation zur Übertragung der Daten aus dem rotierenden in das feste Relativsystem ist eine sehr effiziente Prozesskette zur Berechnung der tonalen Komponenten des akustischen Fernfeldes von Turbomaschinen entstanden. Die Gesamtzeit für die Berechnung des akustischen Fernfeldes ausgehend von den CFD-Daten im rotierenden Bezugssystem konnte so von mehreren Tagen auf wenige Minuten reduziert werden. Die entstehende hochperformante Prozesskette zur Fernfeldausbreitung ermöglicht die Durchführung einer Lagevariation der Integrationsfläche. Eine Variation der Integrationsfläche ist unabdingbar zur Beurteilung des Gesamtfehlers der Wellenausbreitung durch das CFD-Verfahren und der Fernfeldintegration. Diese sollte daher grundsätzlich als Teil der Datenauswertung im Freifeld durchgeführt werden.

Unter Verwendung der dargestellten Verfahren ist eine zuverlässige Bewertung der tonalen Komponenten der Schallerzeugung neuer Triebwerkskonzepte möglich. Für eine Berücksichtigung der tonalen Schallemission im Entwurfsprozess ist die *hybride Methode* insgesamt jedoch immernoch zu langsam. Dies ist vor allem dem Modellierungs- und Rechenaufwand für die instationäre CFD-Simulation zur Berechnung des Quellgebiets geschuldet. Der Rechenaufwand zur Simulation der tonalen Schallerzeugung einer typischen Gebläsestufe liegt in der Größenordnung von ein bis zwei Wochen auf einem Clustercomputer. Im Vergleich dazu ist der Rechenaufwand sämtlicher Berechnungsschritte zur akustischen Datenauswertung im Bereich von Minuten auf einem Arbeitsplatzrechner und damit verschwindend gering.

5.3 Ausblick

Das hybride Verfahren bietet an verschiedensten Stellen Potential zur weiteren Verbesserung. Diese werden im Folgenden kurz dargestellt:

- Sowohl die Analyse der Druckschwankungen im Strömungskanal wie auch die darauf basierende Zerlegung in akustische und aerodynamische Komponenten baut auf einem Modell zur Beschreibung der Schwankungsausbreitung im Strömungskanal auf. Dieses sollte auf die Berücksichtigung komplexer Grundströmungen erweitert werden. Dabei ist zunächst eine radiale Abhängigkeit der axialen Machzahl wie auch der Umfangsmachzahl zu berücksichtigen. Wird die Schwankungsausbreitung auf einer komplexen Grundströmung beschrieben und die entsprechenden Eigenlösungen zur Modenanalyse verwendet, beschreiben

die axialen Wellenzahlen welche zum konvektiven Teil des Spektrums gehören die Konvektion mit der lokale Strömungsgeschwindigkeit. Konvektive Komponenten erscheinen also auf natürliche Weise als Teil des Spektrums und müssen nicht zur Berücksichtigung im Rahmen der Modenanalyse künstlich konstruiert werden. Auf diese Weise kann die Trennung zwischen akustischen und aerodynamischen Komponenten verbessert werden.

- Zur Erhöhung der Robustheit der Fernfeldintegration sollte eine Separation der Schwankungsgrößen auf der Integrationsfläche in aerodynamische und akustische Anteile als vorbereitende Maßnahme vor Anwendung des FW-H-Verfahrens in die hybride Methode implementiert werden. Werden mehrere nah beieinander liegende Integrationsflächen verwendet, kann die Änderung der Phasenlage der Schwankungsgrößen zwischen den Integrationsflächen zu deren Zerlegung in aerodynamische und akustische Komponenten ausgenutzt werden. Dies würde den dominanten Fehler der Fernfeldintegration bei realistischen Anwendungen beheben und eine detaillierte Untersuchung weiterer potentieller Fehlerquellen im Rahmen der Fernfeldintegration ermöglichen.
- Die Genauigkeit bzw. Geschwindigkeit des FW-H-Verfahrens kann durch die Implementierung von Integrationsverfahren höherer Ordnung zusätzlich gegenüber herkömmlichen Verfahren erhöht werden.
- Die Erhöhung der Verfahrensordnung des Interpolationsverfahrens wird die Ergebnissqualität verbessern und das Potential des Interpolationsverfahrens als Fehlerquelle aufzutreten deutlich reduzieren. Hierzu sollte zunächst eine systematische Untersuchung des Fehlerverhaltens durchgeführt werden.
- Eine Laufzeitkopplung von CFD- und CAA-Verfahren würde die realistische Abbildung von Reflexionen an den Kanalöffnungen und Einbauten und deren potentielle Rückwirkung auf die Schallquelle ermöglichen. Dies könnte die Übereinstimmung mit experimentellen Daten deutlich verbessern und damit die Abbildung realistischer Konfigurationen sehr vereinfachen.

Inbesondere die beiden erstgenannten Punkte stellen im Rahmen einer konsequent wissenschaftlichen Fortführung der Arbeit an der bestehenden Prozesskette ein vielversprechendes Untersuchungsobjekt dar.

Literaturverzeichnis

- [1] A. Agarwal, P.J. Morris, and R. Mani. Calculation of Sound Propagation in Nonuniform Flows: Suppression of Instability Waves. *AIAA Journal*, 42:80–88, 2004.
- [2] O.V. Atassi. Propagation and stability of vorticity-entropy waves in a non-uniform flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 575:149–176, 2007.
- [3] O.V. Atassi and J.M. Galán. Implementation of nonreflecting boundary conditions for the nonlinear Euler equations. *Journal of Computational Physics*, 227:1643–1662, 2008.
- [4] C. Bailly and C. Bogey. An Overview of Numerical Methods for Acoustic Wave Propagation. In *ECCOMAS CFD*, 2006.
- [5] B.S. Baldwin and H. Lomax. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows. 1978. AIAA-paper 78-0257.
- [6] R.T. Biedron, C.L. Rumsey, G.G. Podboy, and M.H. Dunn. Predicting the Rotor-Stator Interaction Acoustics of a Ducted Fan Engine. In *Proceedings of the 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, 2001. AIAA-paper 2001-0664.
- [7] K.S. Brentner and F. Farassat. An analytical comparison of the acoustic analogy and Kirchhoff formulation for moving surfaces. *AIAA Journal*, 36:1379–1386, August 1998.
- [8] X.X. Chen, X. Huang, and X. Zhang. Sound radiation from a bypass duct with bifurcations. *AIAA Journal*, 47(2):429–436, 2009.
- [9] X.X. Chen, X. Zhang, C.L. Morfey, and P.A. Nelson. A numerical method for computation of sound radiation from an unflanged duct. *Journal of Sound and Vibration*, 270:573–586, 2004.
- [10] B.-T. Chu and L.S.G. Kovásznyai. Non-linear interactions in a viscous heat-conducting compressible gas. *Journal of Fluid Mechanics*, 3:494–514, 1958.
- [11] A.J. Cooper, A.B. Parry, and N. Peake. Acoustic Resonance in Aeroengine Intake Ducts. *Journal of Turbomachinery*, 126:432–441, 2004.
- [12] A.J. Cooper and N. Peake. Trapped acoustic modes in aeroengine intakes with swirling flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 419:151–175, 2000.

- [13] A.J. Cooper and N. Peake. Propagation of unsteady disturbances in a slowly varying duct with mean swirling flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 445:207–234, 2001.
- [14] N. Curle. The Influence of Solid Boundaries upon Aerodynamic Sound. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 231(1187):505–514, 1955.
- [15] W. De Roeck. *Hybrid Methodologies for the Computational Aeroacoustic Analysis of Confined, Subsonic Flow*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2007.
- [16] W. De Roeck, M. Baelmans, and W. Desmet. Aerodynamic/Acoustic Splitting Technique for Computational Aeroacoustics Applications at Low Mach Numbers. *AIAA Journal*, 46(2):463–475, 2008.
- [17] J.W. Delfs. Numerical Simulation of aerodynamic Noise with DLR’s aeroacoustic code PIANO. Manual for Version 5.2, DLR Braunschweig, 2008.
- [18] G. Desquesnes, M. Terracol, E. Manoha, and P. Sagaut. On the use of a high order overlapping grid method for coupling in CFD/CAA. *Journal of Computational Physics*, 220(1):355 – 382, 2006.
- [19] P. Di Francescantonio. A new boundary integral formulation for the prediction of sound radiation. *Journal of Sound and Vibration*, 202(4):491–509, 1997.
- [20] J.E. Donelson, W.T. Lewerenz, and R.T. Durbin. UHB Technology Validation - The Final Step. In *Proceedings of the AIAA/ASME/SAE/ASEE 24th Joint Propulsion Conference*, 1988. AIAA-88-2807.
- [21] K. Ehrenfried. *Strömungsakustik*. Mensch & Buch Verlag, Berlin, 2004.
- [22] J.A. Ekaterinaris. New Formulation of Hardin-Pope Equations for Aeroacoustics. *AIAA Journal*, 37(9):1033–1039, 1999.
- [23] K. Engel. Numerische Simulation der instationären Strömung in Turbomaschinenkomponenten. DLR Forschungsbericht 97-19, DLR Köln, Institut für Antriebstechnik, 1997.
- [24] E. Envia, A.G. Wilson, and D.L. Huff. Fan Noise: A Challenge to CAA. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 18:471–480, 2004.
- [25] F. Eulitz. Numerische Simulation und Modellierung der instationären Strömung in Turbomaschinen. DLR Forschungsbericht 2000-05, DLR Köln, Institut für Antriebstechnik, 2000.
- [26] R. Ewert, M. Meinke, and W. Schröder. Comparison of Source Term Formulations for a Hybrid CFD/CAA Method. In *Proceedings of the 7th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*, Maastricht, The Netherlands, May 28-30 2001.

- [27] R. Ewert and W. Schröder. Acoustic perturbation equations based on flow decomposition via source filtering. *Journal of Computational Physics*, 188:365–398, 2003.
- [28] F. Farassat. Acoustic Radiation From Rotating Blades - The Kirchhoff Method in Aeroacoustics. *Journal of Sound and Vibration*, 239(4):785–800, 2000.
- [29] J.E. Ffowcs Williams and D.L. Hawkings. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society, Ser. A*, 264(1151):321–342, 1969.
- [30] G.A. Gerolymos, G.J. Michon, and J. Neubauer. Analysis and Application of Chorochnic Periodicity in Turbomachinery Rotor/Stator Interaction Computations. *Journal of Propulsion and Power*, 18:1139–1152, 2001.
- [31] M.B. Giles. Nonreflecting Boundary Conditions for Euler Equation Calculations. *AIAA Journal*, 28(12):2050–2058, 1990.
- [32] V.V. Golubev and H.M. Atassi. Sound propagation in an annular duct with mean potential swirling flow. *Journal of Sound and Vibration*, 198(5):601–616, 1996.
- [33] V.V. Golubev and H.M. Atassi. Acoustic-vorticity waves in swirling flows. *Journal of Sound and Vibration*, 209(2):203–222, 1998.
- [34] H. Grieb and D. Eckardt. Turbofan and propfan as basis for future economic propulsion concepts. In *Proceedings of the AIAA/ASME/SAE/ASEE 22nd Joint Propulsion Conference*, Huntsville, Alabama (USA), 16-18 June 1986. AIAA-86-1474.
- [35] R. Guénanff, M. Terracol, E. Manoha, P. Sagaut, and R. Lewandowski. Theoretical and Numerical Aspects of a Multidomain High-Order Method for CAA. In *Proceedings of the 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Hilton Head, South Carolina, 12-14 May 2003. AIAA-paper 2003-3117.
- [36] S. Guérin and H. Siller. A Hybrid Time-Frequency Approach for the Noise Localization Analysis of Aircraft Fly-overs. In *Proceedings of the 14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2008.
- [37] J.C. Hardin and D.S. Pope. An Acoustic/Viscous Splitting Technique for Computational Aeroacoustics. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 6:323–340, 1994.
- [38] L. He. Method of Simulating Unsteady Turbomachinery Flows with Multiple Perturbations. *AIAA Journal*, 30(11):2730–2735, 1992.
- [39] M.F. Heidmann. Interim prediction method for fan and compressor source noise. Technical report, NASA, 1979. TM-X-71763.

- [40] H. Heuser. *Lehrbuch der Analysis, Teil 1*. Teubner, 1982.
- [41] C. Hirsch. *Numerical Computation of Internal and External Flows, Vol. I + II*. Wiley&Sons Ltd., 1988.
- [42] A. Holewa, C. Weckmüller, and S. Guérin. Impact of bypass-duct bifurcations on fan noise. In *Proceedings of the 18th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, Colorado, USA, June 4-6 2012. AIAA-paper 2012-2129.
- [43] F.Q. Hu, M.Y. Hussaini, and J.L. Manthey. Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge-Kutta Schemes for Computational Acoustics. *Journal of Computational Physics*, 124:177–191, 1996.
- [44] X. Huang, X.X. Chen, Z. Ma, and X. Zhang. Efficient Computation of Spinning Modal Radiation Through an Engine Bypass Duct. *AIAA Journal*, 46:1413–1423, 2008.
- [45] X. Huang and X. Zhang. Adaptive mesh refinement computation of acoustic radiation from an engine intake. In *Proceedings of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2006. AIAA 2006-2694.
- [46] D.L. Huff. Fan Noise Prediction: Status and Needs. Technical report, NASA/TM-97-206533, 1997. AIAA-98-0177.
- [47] B. Kaplan, E. Nicke, and C. Voss. Design of a Highly Efficient Low-Noise Fan for Ultra-High Bypass Engines. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2006*, Barcelona, Spain, May 8-11 2006. 2006-GT-90363.
- [48] P. Körtzsch. Gebiete und offene Probleme der Aeroakustik. In *Festschrift zum 65. Geburtstag von Prof. Dr. R. Vollheim*, pages 188–202, 2001.
- [49] O. Kornow and L. Enghardt. Der Einfluss des radialen Strömungsprofils auf die Schallausbreitung von höheren Moden in zylindrischen und koaxialen Strömungskanälen. DLR Interner Bericht, DLR Berlin, 2005. DLR-IB 92517-05/B1.
- [50] E. Kügeler. Numerisches Verfahren zur genauen Analyse der Kühleffektivität filmgeköhlter Turbinenschaufeln. Technical report, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Antriebstechnik, 2005.
- [51] S.K. Lele. Compact Finite Difference Schemes with Spectral-like Resolution. *Journal of Computational Physics*, 103:16–42, 1992.
- [52] H. Levine. Output of acoustical sources. *J. Acoust. Soc. Am.*, 67:1935–1946, 1980.
- [53] X.D. Li, C. Schemel, U. Michel, and F. Thiele. Azimuthal Sound Mode Propagation in Axisymmetric Flow Ducts. *AIAA Journal*, 42:2019–2027, 2004.

- [54] M.J. Lighthill. On Sound Generated Aerodynamically, 1: General Theory. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 211(1107):564–587, 1952.
- [55] M.J. Lighthill. On Sound Generated Aerodynamically, 2: Turbulence as a Source of Sound. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 222(1148):1–32, 1954.
- [56] C.R. Lewis and P.F. Joseph. Determining the strength of rotating broadband sources in ducts by inverse methods. *Journal of Sound and Vibration*, 295:614–632, 2006.
- [57] A.S. Lyrintzis. Surface integral methods in computational aeroacoustics - From the (CFD) near-field to the (Acoustic) far-field. *International Journal of Aeroacoustics*, 2:95–128, 2003.
- [58] J. Manera, B. Schiltz, R. Leneveu, S. Caro, and J. Jacqmot. Kelvin-Helmholtz Instabilities Occurring at a Nacelle Exhaust. In *Proceedings of the 14th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, 2008. AIAA 2008-2883.
- [59] A. Michalke. On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 23:521–544, 1965.
- [60] A. Michalke and U. Michel. Prediction of jet noise in flight from static tests. *Journal of Sound and Vibration*, 67(3):341–367, March 1979.
- [61] Y.J. Moon, J.H. Seo, S.R. Koh, and K.W. Chang. Prediction of Turbulence Trailing-Edge Noise at Low Mach Numbers by a iLES/LPCE Method. In *Euromech Colloquium 467: Turbulent Flow and Noise Generation*, Marseille, France, July 18-20 2005.
- [62] A. Moreau and S. Guérin. Development and application of a new procedure for fan noise prediction. In *Proceedings of the 16th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*, Stockholm, Sweden, 7-9 June 2010. AIAA paper 2010-4034.
- [63] A. Moreau and S. Guérin. Similarities of the free-field and in-duct formulations in rotor noise problems. In *Proceedings of the 17th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference*, 2011. AIAA paper 2011-2759.
- [64] N.B. Nasr and G.A. Gerolymos. RSM-RANS Computation of Aircraft Engine Fan/OGV Unsteady Aerodynamics for Noise-Prediction Input. In *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, 2009. AIAA 2009-3151.
- [65] D. Nürnberger. Simulation der instationären Strömung in Turbomaschinen mit impliziten Zeitintegrationsmethoden. DLR Forschungsbericht 2004-27, DLR Köln, Institut für Antriebstechnik, 2004.
- [66] D. Nürnberger, F. Eulitz, S. Schmitt, and A. Zachcial. Recent Progress in the Numerical Simulation of Unsteady Viscous Multistage Turbomachinery Flows.

- In *Proceedings of the 15th International Symposium on Air Breathing Engines*, 2001. ISABE-2001-1081.
- [67] N.C. Ovenden, W. Eversman, and S.W. Rienstra. Cut-on cut -off transition in flow ducts: comparing multiple-scales and finite-element solutions. In *Proceedings of the 10th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, 2004. AIAA 2004-2945.
 - [68] N.C. Ovenden and S.W. Rienstra. In-duct Matching Strategies. Final Report, TurboNoiseCFD Workpackage 2, 2002.
 - [69] N.C. Ovenden and S.W. Rienstra. Mode-Matching Strategies in Slowly Varying Engine Ducts. *AIAA Journal*, 42:1832–1840, September 2004.
 - [70] Y. Özyörük and V. Ahuja. Numerical Simulation of Fore and Aft Sound Fields of a Turbofan. *AIAA Journal*, 42(10):2028–2034, 2004.
 - [71] A.V. Parrett and W. Eversman. Wave Envelope and Finite Element Approximations for Turbofan Noise Radiation in Flight. *AIAA Journal*, 24(5):753–760, 1986.
 - [72] A. Peters and Z.S. Spakovszky. Rotor Interaction Noise in Counter-Rotating Propfan Propulsion Systems. In *Proceedings of ASME Turbo Expo 2010*, 2010.
 - [73] C. Polacsek and R. Barrier. Numerical Simulation of Counter-Rotating Fan Aeroacoustics. In *Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Roma, Italy, 2007.
 - [74] C. Polacsek, S. Burguguru, S. Redonnet, and M. Terracol. Numerical Simulations of Fan Interaction Noise Using a Hybrid Approach. *AIAA Journal*, 44(6):1188–1196, June 2006.
 - [75] C. Polacsek, G. Desquesnes, and G. Reboul. An equivalent-source model for simulating noise generation in turbofan engines. *Journal of Sound and Vibration*, 323:697–717, 2009.
 - [76] D.C. Pridmore-Brown. Sound propagation in a fluid flowing through an attenuating duct. *Journal of Fluid Mechanics*, 4:393–406, 1958.
 - [77] S. Redonnet. On the Numerical Prediction of Aerodynamic Noise via a Hybrid Approach Part1: CFD/CAA Surfacic Coupling Methodology, Revisited for the Prediction of Installed Airframe Noise Problems. In *Proceedings of the 16th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, 2010.
 - [78] S.K. Richards, X.X. Chen, X. Huang, and X. Zhang. Computation of fan noise radiation through an engine exhaust geometry with flow. *International Journal of Aeroacoustics*, 6(3):223–241, 2007.

- [79] S.K. Richards, X. Zhang, X.X. Chen, and P.A. Nelson. The evaluation of non-reflecting boundary conditions for duct acoustic computation. *Journal of Sound and Vibration*, 270:539–557, 2004.
- [80] S.W. Rienstra. Sound Transmission in Slowly Varying Circular and Annular Lined Ducts with Flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 380:279–296, 1999.
- [81] S.W. Rienstra. Sound propagation in slowly varying lined flow ducts of arbitrary cross-section. *Journal of Fluid Mechanics*, 495:157–173, 2003.
- [82] C.L. Rumsey. Computation of Acoustic Waves Through Sliding-Zone Interfaces. *AIAA Journal*, 35(2):263–268, 1997.
- [83] C.L. Rumsey, R.T. Biedron, F. Farassat, and P.L. Spence. Ducted-Fan Engine Acoustic Predictions Using a Navier-Stokes Code. *Journal of Sound and Vibration*, 213(4):643–664, 1998.
- [84] Y. Saad. *Iterative methods for sparse linear systems (2nd edition)*. SIAM, 2000.
- [85] E. Schade, H. und Kunz. *Strömungslehre*. Walter de Gruyter, Berlin, 1980.
- [86] S. Schmitt. Simulation von Flattern und aerodynamischer Zwangsanregung in Turbomaschinenbeschaufelungen. DLR Forschungsbericht 2003-22, DLR Köln, Institut für Antriebstechnik, 2003.
- [87] R. Schnell. Investigation of the Acoustic Nearfield of a Transonic-Fanstage by Time-Domain CFD-Calculations with Arbitrary Blade Counts. In *Proceedings of the ASME Turbo-Expo*, Wien, Österreich, 7.-14. Juni 2004. GT2004-54216.
- [88] R. Schnell. Numerische Simulation des akustischen Nahfeldes einer Triebwerksgebläsestufe. DLR Forschungsbericht, DLR Köln, 2004. DLR-FB-2004-23.
- [89] R. Schnell, J. Yin, C. Voß, and E. Nicke. Assessment and Optimization of the Aerodynamic and Acoustic Characteristics of a Counter Rotating Open Rotor. In *Proceedings of ASME Turbo Expo*, 2010. GT2010-22076.
- [90] N. Schönwald. Effiziente Simulation der Schallausbreitung in anwendungsnahen Triebwerkskonfigurationen. In *Dissertation*, Technische Universität Berlin, 2010.
- [91] H.R. Schwarz and N. Köckler. *Numerische Mathematik*. Teubner, 2004.
- [92] J.H. Seo and Y.J. Moon. Perturbed Compressible Equations for Aeroacoustic Noise Prediction at Low Mach Numbers. *AIAA Journal*, 43:1716–1724, 2005.
- [93] J.H. Seo and Y.J. Moon. Linearized perturbed compressible equations for low mach number aeroacoustics. *Journal of Computational Physics*, 218:702–719, 2006.

- [94] A. Sharma, S.K. Richards, T.H. Wood, and C. Shieh. Numerical Prediction of Exhaust Fan-Tone Noise from High-Bypass Aircraft Engines. *AIAA Journal*, 47(12):2866–2878, 2009.
- [95] S.E. Sherer and J.N. Scott. High-order compact finite-difference methods on general overset grids. *Journal of Computational Physics*, 210:459–496, 2005.
- [96] S.E. Sherer and M.R. Visbal. Computational Study of Acoustic Scattering from Multiple Bodies Using a High-Order Overset Grid Approach. In *Proceedings of the 9th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, 2003. AIAA 2003-3203.
- [97] M.L. Shur, P.R. Spalart, and M.Kh. Strelets. Noise prediction for increasingly complex jets. Part I: Method and tests. *International Journal of Aeroacoustics*, 4:213–246, 2005.
- [98] C. Simmendinger and E. Kügeler. Hybrid Parallelization of a Turbomachinery CFD Code: Performance Enhancements on Multicore Architectures. In *ECCOMAS CFD*, 2010.
- [99] S. Sinayoko, A. Agarwal, and Z. Hu. On separating propagating and non-propagating dynamics in fluid-flow equations. In *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2009.
- [100] S. Sinayoko, A. Agarwal, and Z. Hu. Flow decomposition and aerodynamic sound generation. *Journal of Fluid Mechanics*, 668:335–350, 2011.
- [101] B.A. Singer, K.S. Brentner, D.P. Lockard, and G.M. Lilley. Simulation of acoustic scattering from a trailing edge. *Journal of Sound and Vibration*, 230(3):541–560, 2000.
- [102] B.A. Singer, D.P. Lockard, and G.M. Lilley. Hybrid acoustic predictions. *Computers & Mathematics with Applications*, 46(4):647 – 669, 2003.
- [103] S.A. Slimon, M.C. Soteriou, and D.W. Davis. Computational Aeroacoustics Simulations Using the Expansion About Incompressible Flow Approach. *AIAA Journal*, 37(4):409–416, 1999.
- [104] P.R. Spalart and M.L. Shur. Variants of the Ffowcs Williams - Hawkings equation and their coupling with simulations of hot jets. *International Journal of Aeroacoustics*, 8(5):477–492, 2009.
- [105] P.L. Spence. Ducted Fan Noise Prediction Using Wave Envelope Analysis and the Kirchhoff Formula. In *AIAA paper 97-1651*, 1997.
- [106] A. Stürmer and J. Yin. Low-Speed Aerodynamics and Aeroacoustics of CROR Propulsion Systems. In *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2009. AIAA-paper 2009-3134.

- [107] C.K.W. Tam. Computational Aeroacoustics: Issues and Methods. *AIAA Journal*, 33:1788–1796, 1995.
- [108] C.K.W. Tam and L. Auriault. The wave modes in ducted swirling flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 371:1–20, 1998.
- [109] C.K.W. Tam and J.C. Webb. Dispersion-Relation-Preserving Finite Difference Schemes for Computational Acoustics. *Journal of Computational Physics*, 107:262–281, 1993.
- [110] U. Tapken, R. Bauers, L. Neuhaus, N. Humphreys, A. Wilson, C. Stöhr, and M. Beutke. A New Modular Fan Rig Noise Test and Radial Mode Detection Capability. In *Proceedings of the 17th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, Portland, Oregon, June 5-8 2011. AIAA-paper 2011-2897.
- [111] U. Tapken, T. Raitor, and L. Enghardt. Tonal Noise Radiation from an UHBR Fan - Optimized In-duct Radial Mode Analysis. In *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, Miami, Florida, May 11-13 2009. AIAA-paper 2009-3288.
- [112] M. Terracol, E. Manoha, C. Herrero, E. Labourasse, S. Redonnet, and P. Sagaut. Hybrid methods for airframe noise numerical prediction. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 19:197–227, 2005.
- [113] B. Tester, G. Gabard, and Y. Özyörük. Influence of mean flow gradients on fan exhaust noise predictions. In *Proceedings of the 14th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, 2008. AIAA 2008-2825.
- [114] J.M. Tyler and T.G. Sofrin. Axial flow compressor noise studies. *SAE Transactions*, 70:309–332, 1962.
- [115] G.G. Vilenski. Mode Matching in Engine Ducts with Vortical Flows. In *Proceedings of the 12th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, Boston, MA, May 8-10 2006. AIAA-paper 2006-2584.
- [116] G.G. Vilenski and S.W. Rienstra. Numerical study of acoustic modes in ducted shear flow. *Journal of Sound and Vibration*, 307:610–626, 2007.
- [117] C.A. Wagner, T. Hüttl, and P. Sagaut, editors. *Large-Eddy Simulation for Acoustics*. Cambridge University Press, 2007.
- [118] A. Weber. 3D Structured Grids for Multistage / Multipassage Turbomachines and Linear Cascades. Technical report, Köln, 2009. DLR-IB 325-06-09.
- [119] C. Weckmüller. Anwendung eines CAA Verfahrens zur Untersuchung der Schallabstrahlung eines Triebwerkseinlaufs mit Hinblick auf Nahfeldeffekte und den Einfluss von Geometrie und mittlerer Strömung. In *Diplomarbeit*, Technische Universität Berlin, 2006.

- [120] C. Weckmüller, A. Fritzsche, and S. Guérin. Extended Multi-Plane Pressure Mode Matching. In *Proceedings of the NAG/DAGA 2009 International Conference on Acoustics*, Rotterdam, Netherland, March 23-26 2009.
- [121] C. Weckmüller and S. Guérin. On the influence of trailing-edge serrations on open-rotor tonal noise. In *Proceedings of the 18th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, Colorado, USA, June 4-6 2012. AIAA-paper 2012-2124.
- [122] C. Weckmüller, S. Guérin, and G. Ashcroft. CFD/CAA Coupling Applied to DLR UHBR-Fan: Comparison to Experimental Data. In *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, Miami, Florida, May 11-13 2009. AIAA-paper 2009-3342.
- [123] C. Weckmüller, S. Guérin, and C. Richter. Numerical investigation of geometry and mean flow effect on acoustic radiation from a duct inlet. In *Proceedings of the 13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Rome, Italy, May 21-23 2007. AIAA-paper 2007-3535.
- [124] C. Weckmüller, S. Guérin, J. Wellner, and U. Michel. Ffowcs Williams & Hawkings Formulation for the Convective Wave Equation and Permeable Data Surface. In *Proceedings of the 16th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, Stockholm, Sweden, June 7-9 2010. AIAA-paper 2010-3710.
- [125] J. Weidmann. *Lineare Operatoren in Hilberträumen / Teil 2. Anwendungen*. Teubner, 2003.
- [126] J. Wellner. Herleitung und Anwendung der konvektiven Kirchhoff-Ffowcs-Williams-Hawkings-Gleichung. In *Diplomarbeit*, Technische Universität Berlin, 2009.
- [127] V.L. Wells and A.Y. Han. Acoustics of a moving source in a moving medium with application to propeller noise. *Journal of Sound and Vibration*, 184(4):651–663, 1995.
- [128] D.C. Wilcox. Turbulence Modelling for CFD. *DCW Industries Inc.*, 1993.
- [129] A.G. Wilson and J. Coupland. Numerical prediction of aeroengine fan stage tone noise sources using CFD. In *ECCOMAS*, 2004.
- [130] H. Yang, D. Nürnberger, and H.P. Kersken. Toward Excellence in Turbomachinery Computational Fluid Dynamics: A Hybrid Structured-Unstructured Reynolds-Averaged Navier-Stokes Solver. *Journal of Turbomachinery*, 128:390–402, 2006.
- [131] H. Yang, D. Nürnberger, and A. Weber. A conservative zonal approach with applications to unsteady turbomachinery flows. *DGLR-JT2002-073*, 2002.

- [132] J. Yin, A. Stuermer, and M. Aversano. Coupled uRANS and FW-H Analysis of Installed Pusher Propeller Aircraft Configurations. In *Proceedings of the 15th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, 2009. AIAA-paper 2009-3332.
- [133] A. Zachariadis and C.A. Hall. Application of a Navier-Stokes solver to the study of open rotor aerodynamics. In *Proceedings of ASME Turbo Expo*, 2009. GT2009-59332.
- [134] X. Zhang, X.X. Chen, C.L. Morfey, and B.J. Tester. Computation of Fan Noise Radiation through A Realistic Engine Exhaust Geometry with Flow. In *Proceedings of the 9th AIAA/CEAS-Aeroacoustics Conference*, 2003. AIAA 2003-3267.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematische Darstellung verschiedener Kopplungsansätze	5
1.2	Schallquellen in einem Turbofantriebwerk.	9
2.1	Das hybride Verfahren in schematischer Darstellung	15
2.2	Interaktion der viskosen Rotornachläufe mit den Statoren	16
2.3	Druckschwankungen an den Statorvorderkanten	17
2.4	typisches Rechengebiet des CFD-Verfahrens	20
2.5	Schematische Darstellung des CAA-Verfahren	23
2.6	Anwendung des FW-H-Verfahrens auf einen CROR	26
2.7	Definition der Emissionskoordinaten	27
2.8	Druckfelder eines Monopols bei verschiedenen Anströmmachzahlen	29
2.9	Fehlerkonvergenz der FW-H-Formulierung	29
2.10	Qualitativer Fehlerverlauf bei der Fernfeldintegration	31
3.1	Schematische Darstellung der CFD/CAA Kopplung im Kanal	34
3.2	Darstellung der CFD/CAA Kopplung am Beispiel einer Gebläsestufe	35
3.3	Detailansicht des CFD-Gitters und des überlappenden CAA-Gitter	36
3.4	Statorschaufel und Position der drei Ebenen zur Modenanalyse	42
3.5	Skalierung der Basisfunktionen	44
3.6	Schematische Darstellung der Funktionsweise des XTPP-Verfahrens	47
3.7	Leistungsamplituden berechnet mit dem TPP Verfahren	48
3.8	Druckschwankungen im CFD-Gebiet	50
3.9	TPP-Amplituden bei BPF 2	54
3.10	XTPP-Amplituden bei BPF 2	55
3.11	Vergleich der TPP- und XTPP-Ergebnisse	56
3.12	Vergleich der TPP- und XTPP-Ergebnisse	57
3.13	CFD-Rohdaten, akustische und aerodynamische Schwankungen	58
3.14	Erzeugung der axialsymmetrischen Integrationsfläche	60
3.15	Positionierung von Ringquelle und Mikrofonarray	63
3.16	Vergleich mit der analytischen Lösung bei Machzahl $M = 0,25$	64
3.17	Vergleich mit der analytischen Lösung bei Machzahl $M = 0,85$	64
3.18	Richtcharakteristik bei $f = 800$ Hz und $M = 0,5$	65
3.19	Feldgrößen auf der Integrationsfläche	66
3.20	Komplexwertiger Druckverlauf über der Kurve C	67
3.21	Verlauf der Gewichtsfunktion w^m über der Kurve C	67
3.22	Verlauf der Gewichtsfunktion w^m über der Kurve C	68
4.1	UHBR-Gebläsestufe montiert im M2VP Rig	72

4.2	Schnitt durch den Versuchsaufbau	73
4.3	Rechengebiet des CFD-Verfahrens	75
4.4	CFD-Gitter in einer Schaufelpassage des UHBR-Fan	76
4.5	CFD-Gitter auf den festen Oberflächen des UHBR-Gebläses	78
4.6	Machzahlverlauf in der Rotor- bzw. Statorpassage	79
4.7	Druckpegel auf der Statorschaufel	79
4.8	Druckpegel auf der Rotorschaufel	80
4.9	Druckverteilung auf einer Fläche von konstantem Radius	81
4.10	Druckverteilung auf einer (x, r) -Fläche	81
4.11	Machzahl der mittleren Strömung in der Ansaugstrecke	82
4.12	CAA-Gitter auf einer Querschnittsebene	83
4.13	Instantanes Druckfeld bei BPF 2 in der Ansaugstrecke	84
4.14	Vergleich von numerischer und analytischer Lösung	85
4.15	Vergleich der experimentellen und den numerischen Ergebnissen . . .	86
4.16	CFD-Gitter für die Rolls-Royce Gebläsestufe	89
4.17	Machzahlverlauf in der Rotor- bzw. Statorpassage	90
4.18	Druckpegel auf der Statorschaufel	91
4.19	Strömungswinkel und radialer Machzahlverlauf stromab des Stators .	92
4.20	Instantanes Druckfeld an der Auswerteebene bei BPF 1	93
4.21	Instantanes Druckfeld an der Auswerteebene bei BPF 2	94
4.22	Axiale Variation der Modenamplituden	95
4.23	Axiale Variation der Modenamplituden	95
4.24	Vergleich von experimentellen und numerischen Modenamplituden .	96
4.25	Vergleich von experimentellen und numerischen Modenamplituden .	97
4.26	Der offene gegenläufige Rotor AI-PX 7. (Eigentum der Airbus S.A.S.)	98
4.27	Setup des CFD-Verfahrens zur Berechnung des CROR	100
4.28	Rechengitter in der Schaufelpassage	101
4.29	CFD-Gitter zur Berechnung des CROR	103
4.30	Aerodynamische Leistungskennzahlen des AI-PX7	103
4.31	Instationäres Strömungsfeld um den CROR	104
4.32	Druckverteilung auf den Schaufeln der beiden Rotoren	105
4.33	Integrationsflächen des FW-H-Verfahrens	107
4.34	Richtcharakteristik im Fernfeld	108
4.35	statischer Druck und Integrationsflächen	108
4.36	Schwankungsdruck auf einer Analysefläche	109
4.37	Abgestrahlte Schallleistung	110

Tabellenverzeichnis

4.1	Arbeitspunkt der UHBR-Gebläsestufe	72
4.2	Angeregte Umfangsordnungen der UHBR-Gebläsestufe	73
4.3	Wellenzahlen der ausbreitungsfähigen Kanalmoden	76
4.4	Angeregte Umfangsordnungen der Rolls-Royce Gebläsestufe	88

A Von den Navier-Stokes-Gleichungen zu den Kanalmoden

A.1 Bilanzgleichungen aus Schade und Kunz [85]

Die Massenerhaltung:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{\nabla} \cdot (\rho \underline{u}) = 0. \quad (\text{A.1})$$

Unter der Annahme, dass Reibungs- und Volumenkräfte keinen wesentlichen Einfluss auf die Schallausbreitung ausüben, ergibt sich die Impulsgleichung zu:

$$\rho \left(\frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{u} \cdot \underline{\nabla} \underline{u} \right) = -\underline{\nabla} p. \quad (\text{A.2})$$

Zur Vereinfachung der Energiebilanz wurde die Wärmeleitung und die Wärmefreisetzung durch Reibung vernachlässigt:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \underline{u} \cdot \underline{\nabla} p + \gamma p \underline{\nabla} \cdot \underline{u} = 0. \quad (\text{A.3})$$

A.1.1 Linearisierte Eulergleichungen

Im Folgenden wird angenommen, dass sich die Schallausbreitung als kleine Schwankung um einen mittleren Zustand modellieren lässt. Es wird eine Zerlegung der absoluten Größen in Gleich- und Schwankungsanteil eingeführt:

$$\rho = \rho_0 + \rho', \quad \underline{u} = \underline{u}_0 + \underline{u}', \quad p = p_0 + p'. \quad (\text{A.4})$$

Einsetzen in Massen-, Impuls- und Energieerhaltung und Vernachlässigen von Termen höherer Ordnung ergibt für die Schwankungsgrößen:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \underline{u}_0 \cdot \underline{\nabla} \rho' + \rho' \underline{\nabla} \cdot \underline{u}_0 + \rho_0 \underline{\nabla} \cdot \underline{u}' + \underline{u}' \cdot \underline{\nabla} \rho_0 = 0, \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial \underline{u}'}{\partial t} + \underline{u}_0 \cdot \underline{\nabla} \underline{u}' + \underline{u}' \cdot \underline{\nabla} \underline{u}_0 + \frac{1}{\rho_0} \underline{\nabla} p' + \frac{\rho'}{\rho_0} \underline{u}_0 \cdot \underline{\nabla} \underline{u}_0 = 0, \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \underline{u}_0 \cdot \underline{\nabla} p' + \underline{u}' \cdot \underline{\nabla} p_0 + \gamma (p_0 \underline{\nabla} \cdot \underline{u}' + p' \underline{\nabla} \cdot \underline{u}_0) = 0. \quad (\text{A.7})$$

A.1.2 Isentrope Strömungen

Die Energieerhaltung (Gl.(A.7)) kann für isentrope Strömungen durch die algebraische Druck-Dichtebeziehung ersetzt werden:

$$p' = c_0^2 \rho', \quad \text{mit} \quad c_0 = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}. \quad (\text{A.8})$$

A.2 konvektive Wellengleichung

Die Gleichungen können unter der Annahme einer räumlich konstanten Grundströmung in x -Richtung ($\underline{u}_0 = (u_0, 0, 0)$) weiter vereinfacht werden (Beachte: $\underline{\nabla} \rho_0 = 0$ und $\underline{\nabla} p_0 = 0$). Die materielle Ableitung wird konsequent im Sinne der Linearisierung mit der mittleren Strömung definiert:

$$\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \underline{u}_0 \cdot \underline{\nabla} \phi \quad (\text{A.9})$$

Die algebraische Druck-Dichtebeziehung (Gl. (A.8)) wird in die Massenbilanz (Gl. (A.5)) eingesetzt. Es folgt:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{Dp'}{Dt} + \rho_0 \underline{\nabla} \cdot \underline{u}' = 0, \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{D\underline{u}'}{Dt} + \frac{1}{\rho_0} \underline{\nabla} p' = 0. \quad (\text{A.11})$$

Mit dem Ziel eine einzige Gleichung zu erhalten wird Gleichung (A.10) nach der Zeit abgeleitet (materielle Ableitung) und von Gleichung (A.11) die Divergenz genommen:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 p'}{Dt^2} + \rho_0 \underline{\nabla} \cdot \frac{D\underline{u}'}{Dt} = 0, \quad (\text{A.12})$$

$$\underline{\nabla} \cdot \frac{D\underline{u}'}{Dt} + \frac{1}{\rho_0} \Delta p' = 0. \quad (\text{A.13})$$

Wird Gleichung (A.13) mit ρ_0 multipliziert und von Gleichung (A.12) abgezogen folgt eine Wellengleichung für den Druck:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{D^2 p'}{Dt^2} - \Delta p' = 0. \quad (\text{A.14})$$

Ausschreiben der materiellen Ableitung und Übergang zur Koordinatenschreibweise ergibt die bekannte konvektive Wellengleichung:

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + 2 \frac{u_0}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t \partial x} + \frac{u_0^2}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} - \Delta p' = 0. \quad (\text{A.15})$$

Bzw. bei Verwendung der Machzahl ($M = u_0/c_0$):

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + 2 \frac{M}{c_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial t \partial x} + M^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} - \Delta p' = 0. \quad (\text{A.16})$$

A.3 Allgemeine Lösung

Für den Druck wird ein harmonischer Zeitverlauf angenommen:

$$p'(x, r, \theta, t) = \text{Re} \{ \hat{p}(x, r, \theta) e^{-i\omega t} \}. \quad (\text{A.17})$$

Wird dieser in die konvektive Wellengleichung Gl.(A.16) eingesetzt folgt:

$$\left[k^2 - M^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2iMk \frac{\partial}{\partial x} + \Delta \right] \hat{p} = 0, \quad \text{mit} \quad k = \frac{\omega}{c_0}. \quad (\text{A.18})$$

Die allgemeine Lösung von Gl.(A.18) ergibt sich zu:

$$\boxed{\hat{p}(x, r, \theta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{mn}^{\pm} e^{i(k_{x,mn}^{\pm} x + m\theta)} f_{mn}(r)} \quad (\text{A.19})$$

Eine detaillierte Herleitung der Lösung ist von Ehrenfried [21] gegeben. Die normierte radiale Eigenfunktion $f_{mn}(r)$ als Überlagerung von Bessel- und Neumannfunktion ergibt sich zu:

$$f_{mn}(r) = \frac{1}{\sqrt{F_{mn}}} (J_m(\sigma_{mn} \frac{r}{R}) + Q_{mn} Y_m(\sigma_{mn} \frac{r}{R})). \quad (\text{A.20})$$

Der radiale Eigenwert σ_{mn} und das Verhältnis von Bessel- zu Neumannfunktion Q_{mn} ergeben sich aus den Randbedingungen in radialer Richtung zu:

$$Q_{mn} = - \frac{J'_m(\sigma_{mn})}{Y'_m(\sigma_{mn})}. \quad (\text{A.21})$$

Die radiale Eigenfunktion wird zur Normierung benötigt und ist wie folgt definiert:

$$B_{mn}(r) = J_m(\sigma_{mn} \frac{r}{R}) + Q_{mn} Y_m(\sigma_{mn} \frac{r}{R}). \quad (\text{A.22})$$

Diese wird über die Querschnittsfläche normiert:

$$\frac{1}{2\pi R^2} \int_0^{2\pi} \int_{\eta R}^R |f_{mn}(r)|^2 r dr d\theta = 1. \quad (\text{A.23})$$

Aus der analytischen Lösung dieses Integrals folgt der Normierungsfaktor:

$$F_{mn} = \begin{cases} \frac{1}{2}[1 - \eta^2] & m = n = 0 \\ \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{m^2}{\sigma_{mn}^2}\right) B_{mn}^2(R) - \left(\eta^2 - \frac{m^2}{\sigma_{mn}^2}\right) B_{mn}^2(\eta R) \right] & \text{sonst} . \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

Die axiale Wellenzahl $k_{x,mn}$ ergibt sich aus der Dispersionsrelation:

$$k_{x,mn}^{\pm} = \frac{k}{1 - M^2} \left(-M \pm \sqrt{1 - (1 - M^2) \frac{\sigma_{mn}^2}{(kR)^2}} \right) \quad (\text{A.25})$$

und kann mit dem Cut-on Faktor:

$$\alpha_{mn} = \sqrt{1 - (1 - M^2) \frac{\sigma_{mn}^2}{(kR)^2}} \quad (\text{A.26})$$

vereinfacht dargestellt werden:

$$k_{x,mn}^{\pm} = \frac{k}{1 - M^2} (-M \pm \alpha_{mn}) . \quad (\text{A.27})$$

Für schallhart ausgekleidete Kanäle ist die radiale Wellenzahl wie folgt definiert:

$$k_{r,mn} = \frac{\sigma_{mn}}{R} . \quad (\text{A.28})$$

A.4 Schalldruckpegel und Schallleistungspegel

Der Schalldruckpegel einer einzelnen stromab oder stromauf laufenden (m,n)-Mode ist wie folgt definiert:

$$L_p = 10 \log_{10} \left(\frac{\frac{1}{2} |A_{mn}^{\pm}|^2}{4 \cdot 10^{-10} \text{Pa}^2} \right) . \quad (\text{A.29})$$

Dieser Schalldruckpegel basiert auf den Modenamplituden, welche durch Gl. A.19 definiert sind. Der Faktor $\frac{1}{2}$ ergibt sich, da es sich bei den Modenamplituden um den Scheitelwert und nicht den Effektivwert handelt. Für die transportierte Schallleistung gilt:

$$P_{mn}^{\pm} = \pi R^2 \text{Re} \left\{ \frac{\alpha_{mn}(1 - M^2)^2}{\rho_0 c_0 (1 \mp \alpha_{mn} M)^2} \right\} |A_{mn}^{\pm}|^2 . \quad (\text{A.30})$$

Der Schallleistungspegel ist definiert als:

$$L_P = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{mn}^{\pm}}{10^{-12} \text{W}} \right) \quad (\text{A.31})$$

A.5 Definition der konvektiven Wellenzahl

Die konvektive Wellenzahl beschreibt den räumlichen Schwankungsverlauf in Strömungsrichtung einer konvektiv transportierten Größe, wenn diese bei einer Kreisfrequenz ω angeregt wird. Diese ist mit der Kreisfrequenz und Strömungsgeschwindigkeit definiert:

$$k_x^v = \frac{\omega}{u_0} = \frac{k c_0}{u_0} = \frac{k}{M} \quad (\text{A.32})$$

wobei c_0 die lokale Schallgeschwindigkeit ist.

B Nebenrechnungen zum FW-H-Verfahren

B.1 Berechnung des Betrags des Emissionsvektors

Während sich die Schallwellen von der Quelle zum Beobachter ausbreiten, werden diese mit der mittleren Strömung konvektiert (Abb. 2.7). Basierend auf dem geometrischen Beobachtervektor,

$$|\underline{R}| = R = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2},$$

wird der konvektive Effekt durch eine Laufzeitkorrektur berücksichtigt. Der Emissionsvektor ergibt sich daher implizit zu:

$$\underline{R}_e = \underline{R} - \Delta t \underline{u}_0 = (r_1 - MR_e)\underline{e}_1 + r_2\underline{e}_2 + r_3\underline{e}_3.$$

Dies gilt unter der Annahme, dass das Koordinatensystem an der mittleren Strömung orientiert ist. Die Laufzeitkorrektur aufgrund des konvektiven Effektes der mittleren Strömung erfolgt nur in Richtung \underline{e}_1 und hängt von der Laufzeit Δt und damit der Länge des Emissionsvektors \underline{R}_e ab.

$$|\underline{R}_e| = R_e = \sqrt{(r_1 - MR_e)^2 + r_2^2 + r_3^2}.$$

Dies stellt eine quadratische Gleichung dar, deren zwei Lösungen durch:

$$R_{e1/2} = -\frac{Mr_1}{1 - M^2} \pm \sqrt{\left(\frac{Mr_1}{1 - M^2}\right)^2 + \frac{R^2}{1 - M^2}},$$

gegeben sind. Da der Betrag des Emissionsvektors positiv ist, wird eine der beiden möglichen Lösungen ausgewählt:

$$R_e = -\frac{Mr_1}{1 - M^2} + \sqrt{\left(\frac{Mr_1}{1 - M^2}\right)^2 + \frac{R^2}{1 - M^2}}.$$

Unter Verwendung der Abkürzung $R^* = \sqrt{r_1^2 + (1 - M^2)(r_2^2 + r_3^2)}$ kann dies deutlich kompakter formuliert werden:

$$R_e = \frac{R^* - Mr_1}{1 - M^2}.$$

Diese Definitionen für R_e und R^* wurden bereits von Levine [52] verwendet.

B.2 Analytische Lösung eines Monopols im Freifeld

Basierend auf den Definitionen für R_e und R^* ergibt sich für das akustische Potential eines Monopols an der Position \underline{y} folgende Darstellung (Levine [52]):

$$\phi(\underline{x}, t) = \frac{A}{R^*} e^{-i(\omega t - k R_e)}.$$

Die Schwankungsfelder für Druck- und Schnelle ergeben sich aus dem akustischen Potential.

$$\begin{aligned} \underline{u}' &= \underline{\nabla} \phi \\ p' &= -\rho_0 \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \underline{u}_0 \cdot \underline{\nabla} \phi \right) \end{aligned}$$

Für die Geschwindigkeitsschwankung folgt:

$$\underline{u}' = \left(ik \underline{\Gamma}_1 - \frac{1}{R^*} \underline{\Gamma}_2 \right) \phi.$$

Wobei die Gradienten der Emissionsradien auftreten,

$$\underline{\nabla} R_e = \underline{\Gamma}_1, \quad \underline{\nabla} R^* = \underline{\Gamma}_2,$$

mit

$$\underline{\Gamma}_1 = \frac{1}{R^*} \begin{pmatrix} \frac{r_1 - MR^*}{1 - M^2} \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{\Gamma}_2 = \frac{1}{R^*} \begin{pmatrix} r_1 \\ (1 - M^2) r_2 \\ (1 - M^2) r_3 \end{pmatrix}.$$

Für den Schalldruck folgt:

$$\begin{aligned} p' &= \rho_0 (i\omega \phi - \underline{u}_0 \cdot \underline{u}') \\ &= \rho_0 \left(i\omega - \underline{u}_0 \cdot \left(ik \underline{\Gamma}_1 - \frac{1}{R^*} \underline{\Gamma}_2 \right) \right) \phi. \end{aligned}$$